

VISIT...

LANZAROTE  
*Caliente*.COM

Б24.021

А-61

М.Е. АИПНИЦКИЙ



КУПОВА

4084

45662

М. Е. Липницкий

624.021

1-61

ПРОЕКТНО-СМ

# КУПОЛА

(расчет и проектирование)

45602

45602  
4084



Издательство литературы по строительству  
Ленинград. 1973

Куп. № 4084  
Всего страниц 112



Научный редактор инж. М. И. О д и н о в

В книге изложены основные положения по расчету и проектированию куполов. Приведены примеры осуществленных и запроектированных куполов. Указаны методы их монтажа и решения основных узлов конструкций. Книга предназначена для инженерно-технических работников проектных и строительных организаций.

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее экономичных форм покрытий зданий больших площадей являются купола. При различных очертаниях и конструктивных формах они позволяют обеспечить наименьший расход материалов по сравнению с другими конструкциями. За последние годы эти покрытия получили широкое распространение как в гражданском, так и в промышленном строительстве.

По своей конструкции купола могут быть разных типов: купола-оболочки, ребристые купола, ребристо-кольцевые, ребристо-кольцевые с решетчатыми связями, сетчатые.

Куполообразные поверхности этих куполов является оболочкой, которая получается в результате вращения вокруг вертикальной оси меридиональной образующей кривой: дуги круга, эллипса, параболы, циклоиды или комбинации из них. При выполнении их в железобетонных конструкциях купола могут быть как монолитными, так и сборными. Монолитные купола выполняют обычно гладкими, сборные — ребристыми. Железобетонные куполообразные оболочки состоят из двух основных конструктивных элементов (рис. 1) состоят из двух основных конструктивных элементов: оболочки купола и опорного кольца. При наличии в куполе центрального проема устраивается также верхнее фонарное кольцо. Сборные железобетонные куполообразные оболочки часто выполняются в виде многотранников, вписанных в сферическую поверхность из отдельных трапециевидных элементов, или в виде системы устанавливаемых друг на друга, связанных между собой конических оболочек.

Ребристые купола состоят из отдельных плоских ребер, поставленных в радиальном направлении; верхние пояса ребер образуют поверхность купола. При прямолинейных ребрах образуются пирамидальные или конические купола; в вершине купола радиально расположенные ребра примыкают к верхнему кольцу. Иногда при частом расположении ребер или устройстве на вершине купола фонаря кольцо получается значительных размеров; тогда в целях повышения жесткости и устойчивости оно скрепляется внутренними ребрами по крайней мере в двух диаметральных плоскостях.

Ребристые впадушенные купола являются распорной системой. Распор может быть воспринят конструкцией фундаментов, стен или специальным опорным кольцом. Опорное кольцо проектируется



в плане изогнутым по окружности или в виде многогранника с жестким или шарнирным сопряжением в углах. При достаточно большом расположении ребер возможно устройство круглого колыца. При редко поставленных ребрах колыца должны проектироваться многоугольными во избежание их работы на изгиб и кручение. На опоры колыцо укладывается свободно и должно быть закреплено от горизонтального смещения. Наиболее распространено жесткое многоугольное колыцо с опорами в углах, имеющими подвижность в радиальном направлении. Между ребрами обычно укладываются

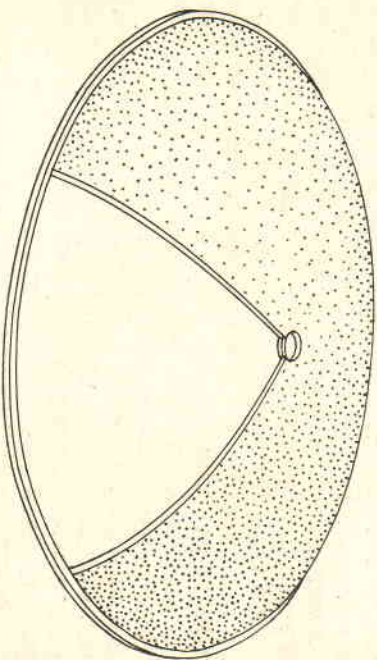


Рис. 1. Железобетонный купол-оболочка

специальные настилы или создается мембранное покрытие. Мембранное или панельное покрытие обеспечивают общую устойчивость ребер из их плоскости, уменьшая расчетную длину ребер. Для создания общей жесткости купола необходимо устраивать жесткие связевые панели в плоскости поясов, при этом связи могут быть либо сплошными, либо через одну или через несколько панелей. На рис. 2 показаны примеры металлических ребристых куполов.

В ребристо-колыцевых куполах (рис. 3) меридиональные ребра пересекаются кольцевыми прогонами, опоясывающими купол непрерывно. Последние могут быть использованы как затяжки купола. В этом случае колыца не только работают на местный изгиб от нагрузок кровли, но и воспринимают нормальные усилия от общей работы купола, а в случае жесткого сопряжения колец с ребрами — и изгибающие моменты от жесткости узлов. Однако вследствие малой жесткости колец и ребер в плоскостях, касательных к поверхности купола, влиянием жесткости узлов можно пренебречь и считать, что колыца примыкают к ребрам шарнирно.

Ребристо-колыцевые купола с решетчатыми связями (рис. 4) представляют собой дальнейшее

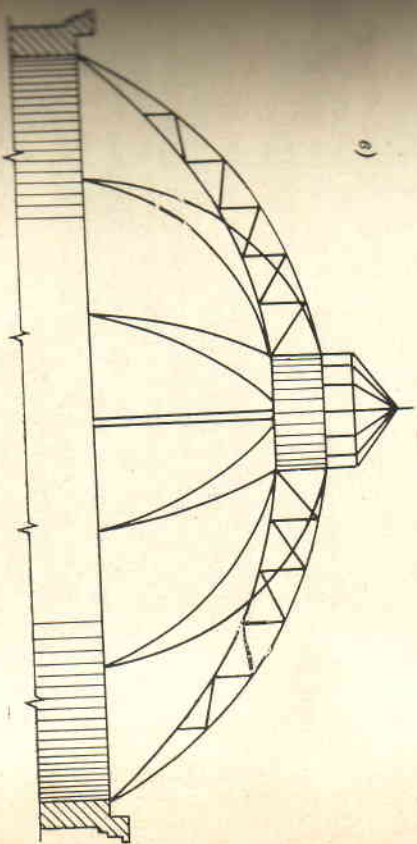
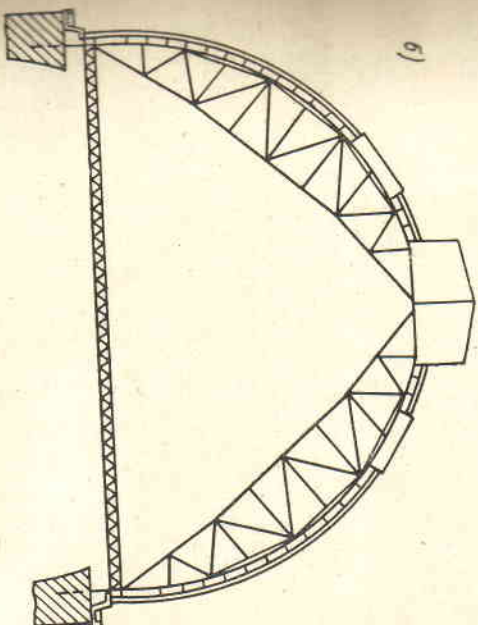
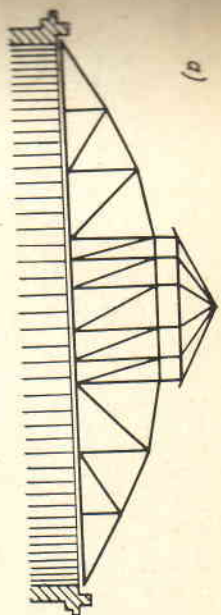


Рис. 2. Ребристые купола

горизонтально (поперечный разрез); б — из плоских ферм с нижним поясом, расположенным горизонтально (поперечный разрез); в — из плоских вставочных ферм; в — из арок



увеличение связности системы. В таких куполах, помимо жестких в своей плоскости ребер и колец, располагаются раскосы, участвующие в общей работе купола, что приводит к уменьшению усилий в ребрах и кольцах.

Сетчатые купола представляют собой многогранники, вписанные в сферическую или другую поверхность вращения и состоящие из одного слоя конструктивных элементов. Сетка обычно образуется из треугольников, трапеций, ромбов, пятиугольников, шестиугольников и других фигур. Сетчатые купола являются распорной системой. Для восприятия распора обычно устраивается нижнее опорное кольцо, которое служит основным элементом несущей конструкции купола.

В середине прошлого и начале нынешнего века широкое распространение получили сетчатые купола Шведлера (рис. 5). Они состоят из ребер, лежащих в вертикальных, меридиональных плоскостях, и проходят от опорных точек до вершины купола или до сжатого верхнего кольца, поддерживающего обычно световой фонарь, а также из колец, лежащих в горизонтальных плоскостях и представляющих ряд параллельных окружностей, связывающих ребра. В плоскости опор, в зависимости от принятого способа опирания купола, либо устраивается опорное кольцо, либо ребра непосредственно опираются на нижележащие конструкции. Верхнее кольцо часто используется как фонарное.

В образованных ребрами и кольцами трапециевидных панелях устраиваются связи к каждой панели из двух перекрещивающихся раскосов, которые работают только на растяжение и выполняются из круглой или полосовой стали. Вместо двух перекрестных диагоналей этот купол может быть выполнен также с одним раскосом, работающим на сжатие и растяжение в каждой трапециевидной секции. Если раскосы составляют малые углы с меридиональными ребрами, то можно проводить один раскос через две соседние панели или удалить каждое второе ребро в зоне у верхнего кольца. Эти купола при малом расходе стали показали надежную работу во времени.

За рубежом широко используются сетчатые купола, предложенные Б. Фуллером. Они состоят из стальных трубчатых треугольников или шестиугольников, монтируемых на сферической поверхности. Покрытия куполов выполнены из алюминиевых либо стальных листов или из светопрозрачных материалов. Основное преимущество этих конструкций состоит в применении однотипных элементов и заполнении сетки легкими материалами, включая светопрозрачные. Монтаж куполов может осуществляться без лесов путем подвешивания при помощи домкратов или пневматических устройств. В штате Иллинойс (США) построено здание вагоностроительных мастерских в виде сферического купола диаметром 114 м, высотой 36 м с треугольным сетчатым каркасом из стальных труб диаметром 150 мм, к которым крепятся шестиугольные панели из стального листа. Железобетонные сетчатые купола выполняются

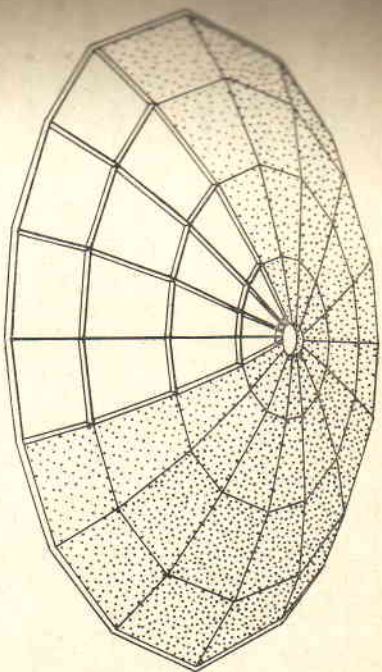


Рис. 3. Рибристо-кольцевой купол

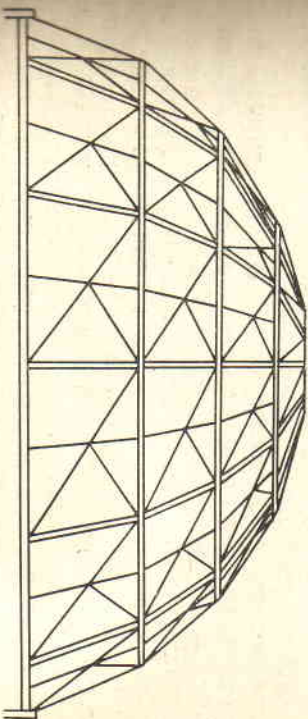


Рис. 4. Рибристо-кольцевой купол с решетчатыми связями

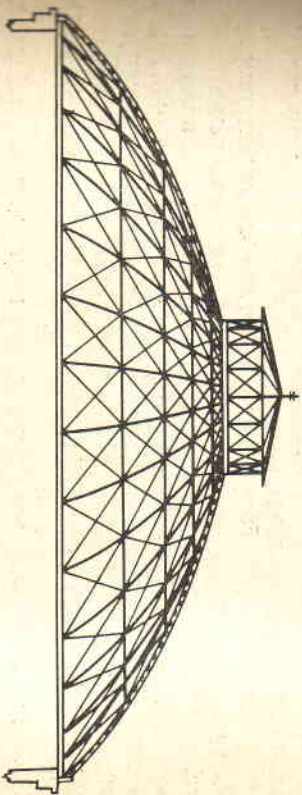


Рис. 5. Сетчатый купол Шведлера



из треугольников, ромбов или шестиугольников, вписанных в сферическую поверхность, с заполнением сетки легкими, в том числе светопрозрачными материалами. Осуществленные в различных странах сетчатые купола перекрывают часто значительные площади, обычно очерчиваемые в плане кругом и имеющие сферическое очертание. Диаметры осуществленных сетчатых куполов достигают 200 м, а в настоящее время проектируются купола еще больших размеров.

При выборе очертания купола обычно учитывают следующие основные требования:

архитектурные — удачное сочетание купола с окружающим и близко расположенными зданиями и сооружениями;

технологические — требующие выбора такого очертания купола, которое позволяет наилучшим образом использовать его объем, создавая при этом удобства для ведения правильного технологического процесса;

минимального расхода материалов на возведение купольного покрытия;

максимальной типизации элементов покрытия;

простоты и удобства изготовления элементов покрытия;

долговечности и удобства ухода за конструкциями;

соответствия конструкции и очертания куполов характеру действующих нагрузок.

Наибольшее распространение купольные покрытия получили над общественными зданиями (театры, цирки, стадионы и т. п.), а также над промышленными, круглая форма которых диктуется технологическим процессом (резервуары, слуховики, шламосейны и т. п.). Экономичность купольных покрытий делает их предпочтительным рациональным не только над сооружениями, круглая форма которых диктуется технологическим процессом, но в ряде случаев и над промышленными зданиями, где круглая или овальная форма плана не противоречат технологическим и планировочным условиям (круглые в плане стоянки для гаражей, сборочные цеха, испытательные станции и т. п.).

В отечественной и зарубежной практике имеются примеры использования круглых зданий, оборудованных радиусными или диаметрными мостовыми кранами. Радиусные и диаметрные краны применены в СССР для ряда зданий, однако они требуют индивидуального заказа и их стоимость несколько выше стоимости обычных мостовых кранов. Подкрановые пути при этом также не столько удорожаются. Все это должно быть учтено при выборе типа зданий.

Круглые или овальные в плане здания могут быть использованы для механических производств, текстильной промышленности и т. п. Препятствием для внедрения круглых зданий в промышленное строительство является то, что они не всегда позволяют рационально использовать территорию промышленной площадки, не

имея возможности соорудить здания очередями, затрудняют их расширение, усложняют крановое оборудование и требуют новой организации технологического процесса. Однако экономичность купольных покрытий, возможность их возведения с использованием обычных типовых конструкций сборных железобетонных или металлических элементов, простота и удобство монтажа, а также возможность перекрывать ими больших площадей без установки промежуточных опор создают условия использования этих конструкций для покрытий широкого круга промышленных и общественных зданий.

В последние годы, по-видимому, наиболее перспективным будет создание куполов из легких металлических конструкций, покрытых стальными оцинкованными или алюминиевыми мембранами или профилированными листами. Все системы куполов являются многократно статически неопределимыми, и определение нагрузок в отдельных элементах куполов представляет сложную задачу. Изменением заданного очертания купола или сечений ребер, можно или раскосов можно изменять величины усилий в элементах купола при различных сочетаниях нагрузок.

Для выбора оптимального решения, т. е. получения наименьшей веса или стоимости куполов, приходится рассчитывать большое количество вариантов. В этом случае необходимо использовать электронно-вычислительную технику. Для большинства конструкций применяемых куполов имеются программы, по которым наглядно можно сравнительно быстро получить усилия в элементах купола при различных нагружениях.



## Примеры осуществленных конструкций

**К**упола-оболочки относятся к старейшим типам пространственных конструкций, применявшимся еще в Древнем Риме. Однако они не получили значительного распространения из-за большого веса при выполнении их в камне. С появлением железобетона эти конструкции, будучи достаточно экономичными, нашли широкое применение. В СССР и за рубежом имеется ряд интересных примеров осуществленных куполов-оболочек.

Первым крупным сооружением такого рода в СССР был купол диаметром 60 м, выполненный в монолитном железобетоне, над зданием Оперного театра в г. Новосибирске. Стрела подъема купола 18,6 м. Оболочка купола толщиной 8 см армирована двумя сетками из стержней 6 и 8 мм с шагом 200 мм. Опорное кольцо купола размером 60 × 80 см армировано 18 стержнями диаметром 25 мм. На одну седьмую периметра опорного кольца купол разрезан стенической коробкой и монолитно связан на этом участке с ее мощной рамой [11].

Сборный железобетонный купол диаметром 42 м со стрелой подъема 8,4 м построен над зданием Госцирка в г. Киеве. Купол собран из плоских трапециевидных панелей, образованных разрезкой его меридиональными и кольцевыми сечениями [11].

Сборным железобетонным сферическим пологом куполом диаметром 40 м со стрелой подъема 3,18 м перекрыто здание для ванн в г. Цхалтубо. Купол выполнен из шести типоразмеров сборных железобетонных панелей, имеющих в меридиональном направлении ступенчатое сечение. Ступень образуется поперечным ребром высотой 15 см. Опорное кольцо и верхнее фанарное кольцо купола выполнены в монолитном железобетоне. Этот купол был смонтирован без лесов. До замыкания каждого кольца панели поддерживались монтажными стрелами. Недостатком этой конструкции является двойная толщина оболочка купола. Приведенная толщина купола на 1 м<sup>2</sup> пола составляет 15 см [11].

Сборный железобетонный купол диаметром 76 м со стрелой подъема 13,5 м сооружен над зданием Дворца спорта в г. Тбилиси. Купол разрезан на 11 горизонтальных кольцевых ярусов и собран из 496 плит одинаковой типоразмеров. Сборные плиты ребристые, толщина плиты 3 см. Ребра нижних ступеней плиты выступают вниз, а верхних — вверх, поэтому при укладке плит друг на друга получается гладкая поверхность как с наружной, так и с внутренней

сторони. Общая высота сечения оболочка 40 см. Здесь, как и в куполе в г. Цхалтубо, фактически имеются две плиты. Приведенная толщина бетона составляет 15,6 см при расходе стали 18,9 кг на 1 м<sup>2</sup> пола [12].

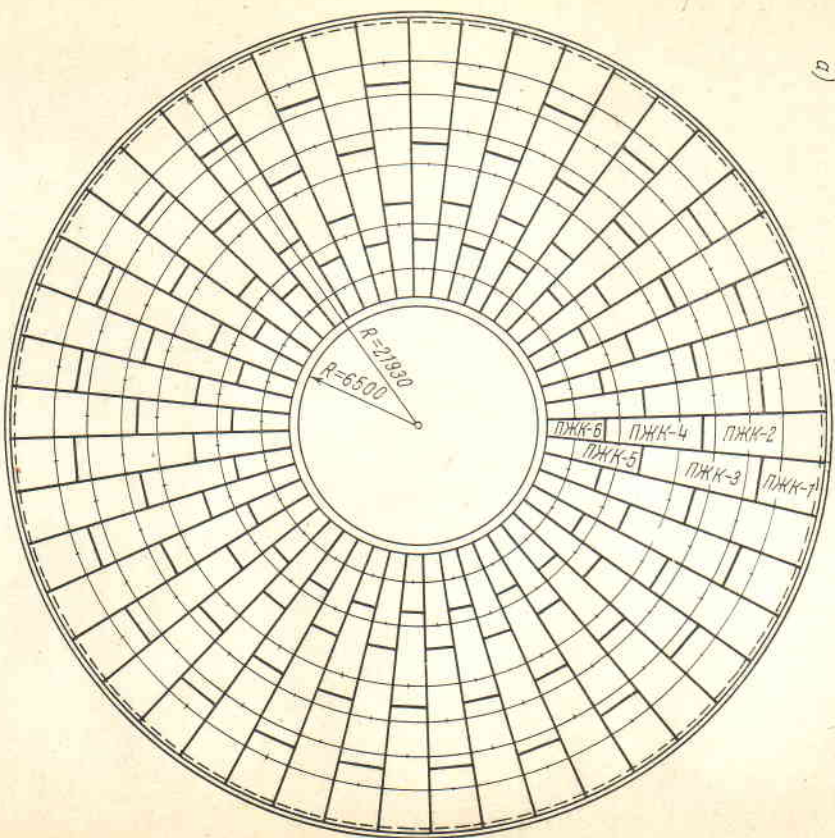
Купол над рынком в г. Донецке является частью сферы, диаметр его 37 м. Купол выполнен в сборном железобетоне и состоит из 15 горизонтальных кольцевых ярусов. Расход материалов составил: бетона — 18 см, стали — 14,1 кг на 1 м<sup>2</sup> пола [21].

Сборный железобетонный многогранный купол диаметром 44 м со стрелой подъема 6,7 м сооружен над зданием Госцирка в г. Красноярске (рис. 6). Он собран из 144 плит шести типоразмеров с опиранием нижних плит на монолитное нижнее опорное кольцо 1 и верхних плит — на верхнее монолитное кольцо 2 диаметром 13 м. Сборные плиты купола весят от 1,9 до 3,6 т. Плиты трапециевидные в плане окаймлены по наружному контуру ребрами. Кроме наружных ребер, через 1,08 м установлены поперечные ребра; все они имеют высоту 24 см. Толщина плиты 30 мм. Плиты армированы старыми каркасами и сетками. Ребра длиной 6,5 м имеют перелом, обеспечивающий приближение многогранника к сферической поверхности. Купол был собран на проектной отметке. Монтаж его велся в определенной последовательности (рис. 7). На подмостях бетонировалось нижнее опорное кольцо и устанавливался нижний ряд плит — коротких и длинных через одну, образуя зубчатую поверхность. Затем в зубцы заводились плиты следующего яруса и приваривались в четырех точках к ранее установленным плитам и так до верхнего кольца. Таким образом, монтаж был произведен без лесов, кроме участка нижних плит. После сборки плит сваривались остальные закладные детали и замонабливались швы (рис. 8). Расход материалов на купол, включая нижнее и верхнее опорные кольца, составил: бетона — 14,25 см, стали — 28 кг на 1 м<sup>2</sup> горизонтальной проекции.

В Матсугаме (Япония) над залом, который может быть использован как гимнастический, концертный или выставочный, был построен из монолитного железобетона купол сферического очертания диаметром 50 м со стрелой подъема 6,7 м (рис. 9). Окружность, образующая основание, лежит не горизонтально, а слегка наклонно. Купол установлен на 20 железобетонных колонн при помощи опор, снабженных катками. Каждая опора состоит из двух плит, между которыми расположены два катка диаметром 36 мм, длиной 100 мм. Купол, таким образом, опирается на 40 катков; смещение их ограничивается пластинами, прикрепленными к опорным плитам. Такая опора исключает передачу горизонтального распора купола на опоры. Толщина оболочка купола 12 см. Купол не имеет явно выраженного опорного кольца, а конструкция запроектирована таким образом, что у основания толщина оболочка постепенно увеличивается до 70 см; там и располагается растянутая арматура. Эта часть купола и заменяет опорное кольцо. Вес купола составляет 15 000 т. Вершина его после снятия опалубки осела на 10 мм.



(a)



Линематическая опалюка представляет собой мембрану из армированного нейлоном неопрена, оснащенную по краям трубчатым креплением. Мембрана прикрепляется к фундаменту, обеспечивая механическое закрепление и пневматическую непроницаемость. На мембрану укладываются спирали, закрепляемые к конструкции фундамента с двух концов (рис. 10, а). В них вставляются рабочая арматура из стальных прутков, закрепляемая одним концом к фундаменту, другой ее конец свободный. Крепление арматуры с идущим по периметру фундамента стальным кольцом имеет шарнирное

(9)

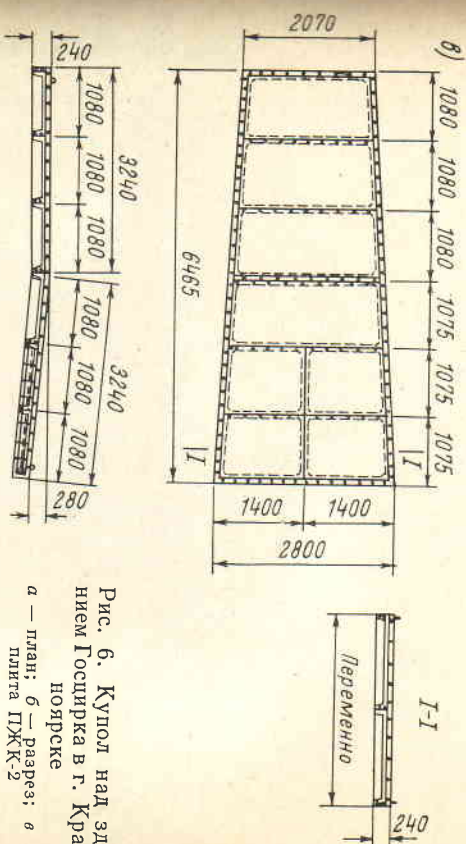
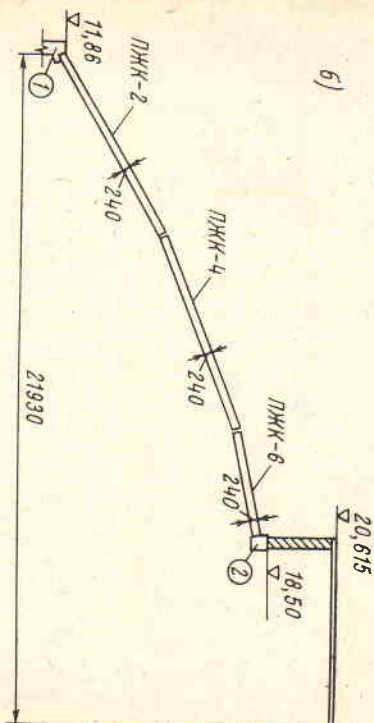


Рис. 6. Купол над зданием Госспирка в г. Красноярске

форма купола зависит как от типа пневматической опалубки, так и от деформирующего действия спиралей. Изменением расположения спиралей можно изменить форму купола в широких пределах.



После установки спиралей и арматуры на горизонтальной поверхности конструкции заливается бетоном с добавкой замедлителей схватывания. На залитый бетон перед поднятием купола накладывается пологотно из поливинилхлорида (рис. 10, б), прикреп-

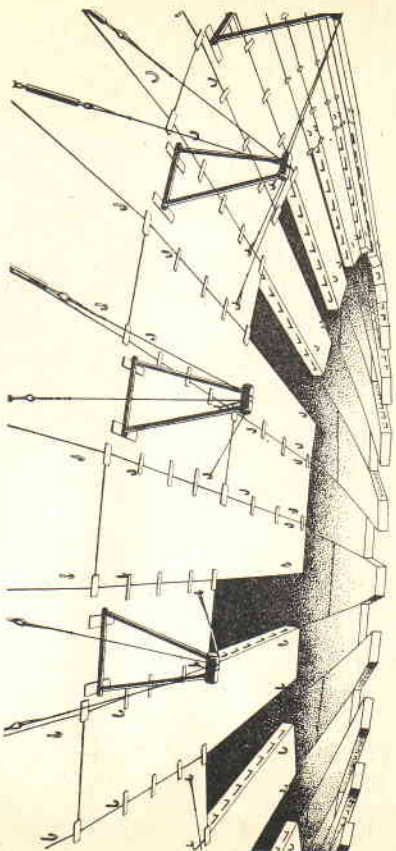


Рис. 7. Монтаж плит

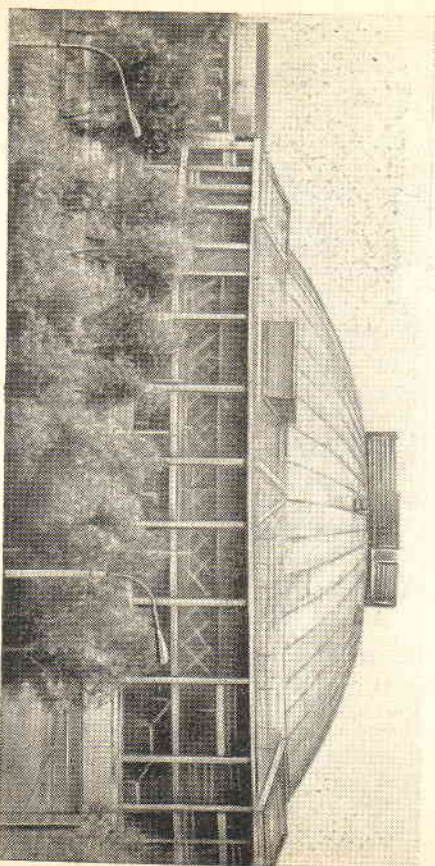


Рис. 8. Общий вид собранного купола

ляемое к фундаменту специальной системой схваток. Это пологотно защищает конструкцию от дождя, а также от испарения под действием солнечного излучения, способствует удержанию бетона, обеспечивает возможность проведения вибрации.

После того как уложена наружная форма, перед поднятием купола в его центр устанавливается оборудование, необходимое для

вибрации; оно поднимается вместе с конструкцией купола. Далее между полом и нижней мембраной нагнетается воздух, который поднимает всю конструкцию в нужное положение, придавая куполу

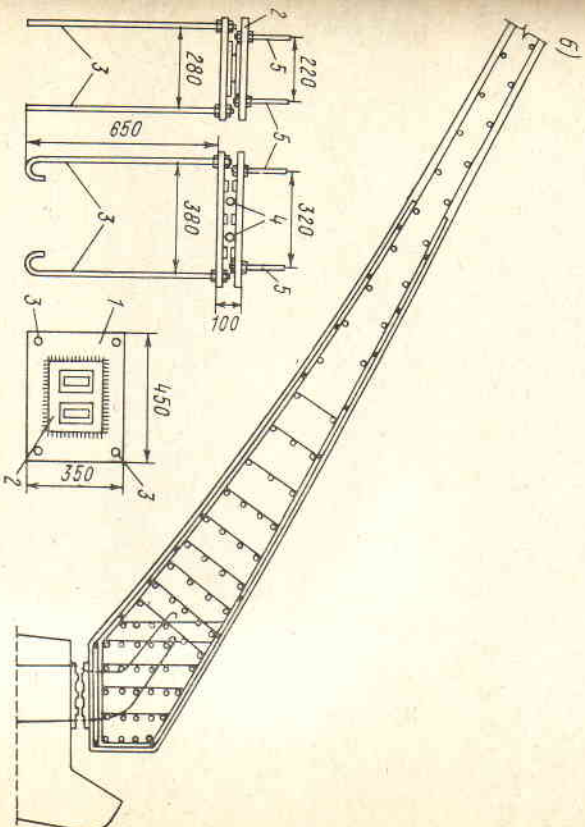
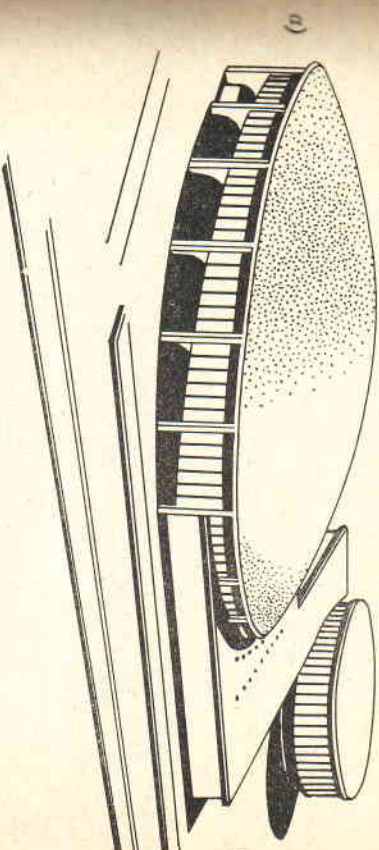


Рис. 9. Купол над залом в Матсуяме

а — общий вид; б — деталь опорного узла: 1 — нижняя опорная плита, 2 — верхняя опорная плита, 3 — анкера нижней опорной плиты, 4 — опорные катки, 5 — анкера верхней опорной плиты

окончательную форму (рис. 10, в). Затем производятся вибрация бетона посредством специальных вибраторов, устанавливаемых на роликовых шасси (рис. 10, г). Шасси, прикрепленные к валу, расположенному в верхней части купола, притягиваются вниз,



описывая спиральные движения. Каждый вибратор обрабатывает полосу, которая частично накладывается на полосы, уплотненные другими вибраторами, что обеспечивает хорошее уплотнение всей поверхности купола. Бетон на куполе после вибрации схватывается и затвердевает между двумя непроницаемыми мембранами при постоянном испарении воды и полной защите от атмосферных явлений. Используемые устройства, регулирующие испарение воды, ускорение схватывания, вызванные как собственным теплом, так и излучением, позволяют избежать усадки; получается монолитная структура без трещин.

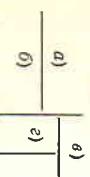
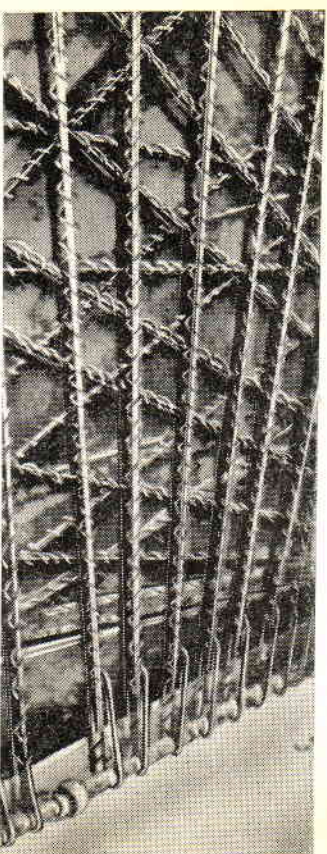
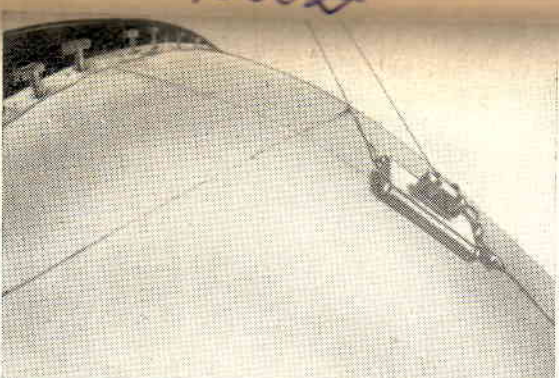
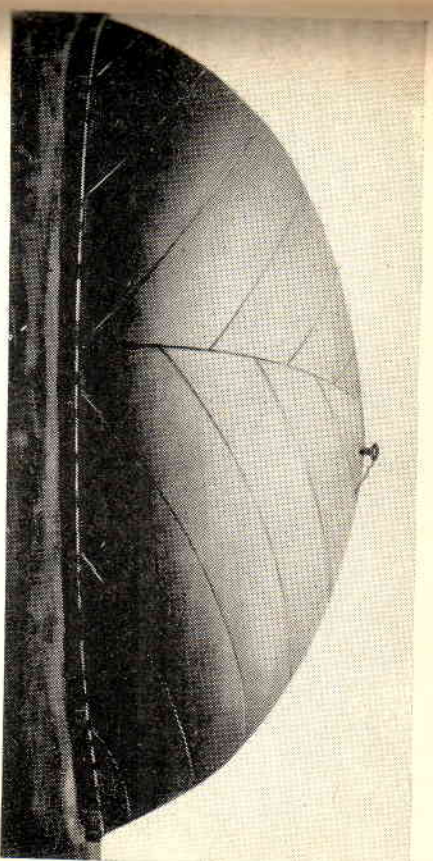


Рис. 10. Купольные покрытия фирмы «Биннишес»  
а — монтаж спиральной арматуры; б — установка наружного покрытия из поливинилхлорида; в — купол поднят на нужную высоту; г — вибрация оболочки купола

Характеристики применяемой бетонной смеси примерно следующие: песок — 57%, щебень размером 12—15 мм — 43%, цемент — 400 кг на 1 м<sup>3</sup>, водоцементное отношение — 0,5. Толщина слоя заливаемого бетона определяется толщиной спиралей. В процессе поднятия конструкции с увеличением ее поверхности количество рядов металлической арматуры уменьшается, а вместе с ней уменьшается толщина слоя бетона. Тем не менее вся система рассчитана



так, чтобы в окончательном виде получились необходимые защитный слой арматуры. Опаковка снимается с купола через 1—3 дня, в зависимости от размеров купола и атмосферных условий. Когда бетон достигнет необходимой прочности, выпускают воздух из-под мембраны и снимают опалубку купола. Для получения отверстий в куполе железобетон вырезают обычными пилами. В случае необходимости в местах предполагаемого вырезания отверстий можно сосредоточивать усиливающую арматуру.

Купола такой конструкции диаметром до 30 м возводились фирмой в различных местах. По мнению фирмы, эта технология позволяет создавать оболочки с двойной кривизной, включая эллиптические купола с квадратным основанием. Последние могут быть выполнены непосредственно на фундаментах и полях или на высоте при предварительном построении горизонтальных оснований. В случае необходимости на нижней мембране можно располагать термоакустические изоляционные материалы, которые поднимаются пневматическим способом вместе с остальными строительными материалами.

Станция нагнетания для подъема купола диаметром 30 м состоит из вентиляторов низкого давления, мощность которых равна 10—15 квт. Внутреннее давление для подъема мембраны



и строительных материалов обычно составляет 250—500 мм вод. ст. Подача и отвод воздуха осуществляются по трубам из поливинилхлорида или других материалов, проложенных под полом. Регулировка воздуха производится обычными дроссельными клапанами. Форма стабилизируется путем создания циркуляции воздуха, т. е. нагнетания воздуха в пневматическую опалубку и выпуска наибольшего его количества для предотвращения пульсации всей формы. Снятие опалубки с купола производится посредством открытия выпускных клапанов, которые должны обеспечить плавное опускание пневматической формы.

### Расчет куполов-оболочек с вращательной симметрией по безмоментной теории

С точки зрения статической работы оболочки под нагрузкой наиболее выгодно безмоментное напряженное состояние, условиями существования которого являются: плавность изменения толщины оболочки, радиуса кривизны ее меридиана и направления касательной к нему, упругие свойства материалов, а также плавность изменения нагрузки, действующей на оболочку.

Перемещение краев оболочки как радиальное, так и угловое должно быть свободным. Краевые меридиональные усилия необходимо направлять по касательной к меридиану. В этом случае края оболочки будут находиться в условиях статической определенности. При нарушении названных условий решение задачи о расчете оболочки может быть получено путем суммирования напряжений безмоментного состояния с напряжениями, определяемыми с помощью моментной теории.

Основной метод расчета оболочек по безмоментной теории основан на том, что оболочка работает как тонкая мембрана и поэтому подвержена только нормальным силам, действующим внутри ее поверхности. На практике это положение можно принять в отношении всего купола оболочки, кроме участков, прилегающих к бортовым элементам.

Для определения напряженного состояния оболочки мембранного типа достаточно три уравнения, выражающие равновесие бесконечно малой частицы оболочки. Ниже приводятся основные формулы для определения усилий по безмоментной теории оболочки (рис. 11).

Принятые обозначения:

$N_1$  — усилия в оболочке по направлению меридиана на единицу длины кольцевого сечения ( $N_1 = \sigma_1 \delta$ );

$N_2$  — кольцевое усилие на единицу длины меридиана ( $N_2 = \sigma_2 \delta$ );

$\delta$  — толщина оболочки;

$f$  — стрела подъема купола;

$r_1$  — радиус кривизны меридиана;

- $r_2$  — радиус кривизны нормального сечения, перпендикулярного к меридиану в данной точке (длина нормали к поверхности до оси вращения);
- $r_c$  — радиус кривизны сферической оболочки ( $r_1 = r_2 = r_c = \text{const}$ );
- $\varphi$  — переменный угол в меридиональном сечении оболочки, отсчитываемый от оси вращения;
- $\varphi_0$  — половина центрального угла дуги оболочки в меридиональном сечении;
- $\Phi_1$  — угол, определяющий круговой вырез, отсчитываемый от оси вращения;
- $r$  — радиус параллели ( $r = r_2 \sin \varphi$ );
- $\omega$  — угол широты, отсчитываемый от нижнего края оболочки до того сечения, где определяются усилия;
- $V_\varphi$  — вертикальная равнодействующая внешней нагрузки на части оболочки, расположенной выше рассматриваемого сечения;
- $\psi$  — угол широты в плане нижнего круга сферического купола, отсчитываемый от диаметра, перпендикулярного направлению ветра;
- $N_0$  — распор на единицу длины кольца;
- $N_k$  — усилие в опорном кольце;
- $P_k$  — внешняя расчетная нагрузка на единицу поверхности;
- $\mu$  — коэффициент Пуассона;
- $Z$  — нормальная к поверхности оболочки составляющая внешней нагрузки;
- $P_z$  — вертикальная составляющая внешней нагрузки.

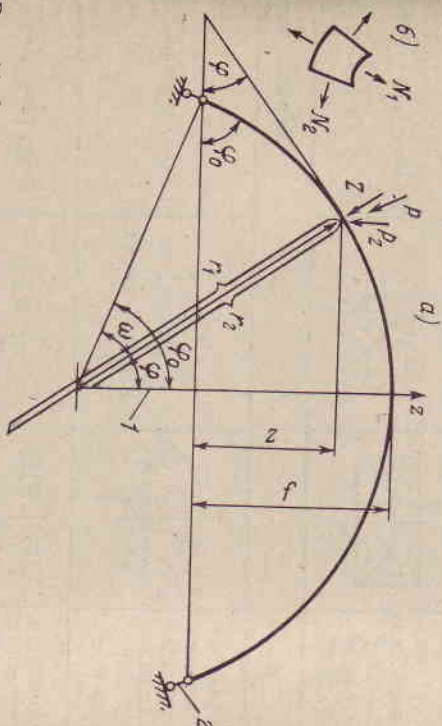
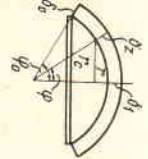
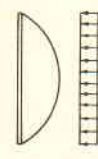
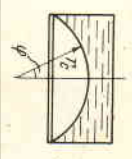
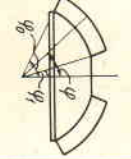
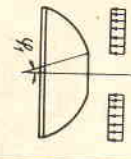


Рис. 11. Расчетная схема купола с шарнирно подвижным опорным контуром

$a$  — геометрическое построение и обозначения: 1 — ось вращения, 2 — тангенциальные опоры по периметру,  $\phi$  — схема внутренних усилий в элементе оболочки



Таблица 1

| Схема загрузки                                                                                                                                                                                       | $N_1$                                                                                                                                                                       | $N_2$                                                                                            | $N_k$                                                                                                                   | $V_\varphi$                                                                                                               | Примечание                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Сферическая загрузка                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                             |                                                                                                  |                                                                                                                         |                                                                                                                           |                                                                                                       |
| Нагрузка от собственного веса $g$ , $mc/m^3$ :<br>а) толщина оболочки постоянная<br>б) толщина оболочки меняется по закону:<br>$\delta_z = \delta_1 + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\varphi} \varphi_0$ | <br>$-\frac{r_c g}{1 + \cos \varphi}$                                                    | $-r_c g \cos \varphi - N_1$                                                                      | $r_c^2 g \frac{1 - \cos \varphi_0}{\lg \varphi_0}$                                                                      | $2\pi r_c^2 g (1 - \cos \varphi)$                                                                                         | При $\varphi = 51^\circ 49'$ $N_2 = 0$                                                                |
| б) толщина оболочки меняется по закону:<br>$\delta_z = \delta_1 + \frac{\delta_0 - \delta_1}{\varphi} \varphi_0$                                                                                     | <br>$-\frac{V_\varphi}{2\pi r \sin \varphi}$                                              | $-r_c \left( g_1 + \frac{g_0 - g_1}{\varphi_0} \varphi \right) \times \cos \varphi - N_1$        | $\frac{1}{2\pi} V_{\varphi_0} \lg \varphi_0$                                                                            | $2\pi r_c^2 \left[ g_1 (1 - \cos \varphi) + \frac{g_0 - g_1}{\varphi_0} \times (1 + \sin \varphi - \cos \varphi) \right]$ | Вес единицы площади оболочки:<br>в пятах — $g_0$<br>в ключах — $g_1$                                  |
| Равномерно распределенная нагрузка на горизонтальной проекции $p$ , $mc/m^2$                                                                                                                         | <br>$-\frac{1}{2} p r_c$                                                                   | $-\frac{1}{2} p r_c \cos 2\varphi$                                                               | $\frac{p r_c^2}{4} \sin 2\varphi_0$                                                                                     |                                                                                                                           | При $\varphi = 45^\circ$ $N_2 = 0$                                                                    |
| Постоянное давление жидкости или газа $p$ , $mc/m^2$                                                                                                                                                 | <br>$\pm \frac{p r_c}{2}$                                                                  | $\pm \frac{p r_c}{2}$                                                                            | $\frac{p r_c^2}{4} \sin 2\varphi_0$                                                                                     |                                                                                                                           | Знак (+) относится к внутреннему давлению, знак (—) — к наружному                                     |
| Гидростатическое давление жидкости с объемным весом $\gamma$ , $m/m^3$                                                                                                                               | <br>$\frac{V_\varphi}{2\pi r_c \sin^2 \varphi}$                                            | $\gamma r_c [h + r_c (1 - \cos \varphi)] - N_1$                                                  | $\frac{r_c^2}{2 \lg \varphi_0} \left[ (h + r_c) \sin^2 \varphi_0 + \frac{r_c}{3} (\cos^3 \varphi_0 - 1) \right]$        | $2\pi r_c^2 \gamma \left[ \frac{1}{2} (h + r_c) \sin \varphi + \frac{r_c}{3} (\cos \varphi - 1) \right]$                  | При $\varphi = 0$ $N_1 = \frac{\gamma h r_c}{2}$ ;<br>высота $h$ может иметь и отрицательное значение |
| Сферическая незагруженная оболочка                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                             |                                                                                                  |                                                                                                                         |                                                                                                                           |                                                                                                       |
| Нагрузка от собственного веса $g$ , $mc/m^3$<br>Толщина оболочки постоянная                                                                                                                          | <br>$-\frac{r_c g}{\sin^2 \varphi} \times (\cos \varphi_1 - \cos \varphi)$                 | $-r_c g \cos \varphi - N_1$                                                                      | $r_c^2 g \lg \varphi_0 (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0)$                                                               | $2\pi r_c^2 g (\cos \varphi_1 - \cos \varphi)$                                                                            |                                                                                                       |
| Равномерно распределенная нагрузка на горизонтальной проекции $p$ , $mc/m^2$                                                                                                                         | <br>$-\frac{1}{2} p r_c \times \left( 1 - \frac{\sin^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi} \right)$ | $-p r_c \left( \cos^2 \varphi - \frac{1}{2} + \frac{\sin^2 \varphi_1}{2 \sin^2 \varphi} \right)$ | $\frac{1}{2} p r_c^2 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 \times \left( 1 - \frac{\sin^2 \varphi_1}{\sin^2 \varphi_0} \right)$ |                                                                                                                           |                                                                                                       |



| Схема нагружения                                                                 | $N_1$                                                      | $N_2$                                 | $N_K$                                                                     | $V_\Phi$     | Примечание                     |
|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|--------------|--------------------------------|
| Вертикальная нагрузка на малом контуре $P_K, \text{тс/м}$                        | $-P_K \frac{\sin \Phi_1}{\sin^2 \Phi}$                     | $P_K \frac{\sin \Phi_1}{\sin^2 \Phi}$ | $P_K c \sin \Phi_1 \operatorname{ctg} \Phi_0$                             | $2\pi r P_K$ |                                |
| Коническая оболочка                                                              |                                                            |                                       |                                                                           |              |                                |
| Нагрузка от собственного веса $g, \text{тс/м}^2$<br>Толщина оболочки постоянная  | $-g r_2^2 \frac{1}{2 \cos \alpha}$                         | $-g r_2 \cos \alpha$                  | $g r_{20}^2 \frac{\sin \alpha}{2}$                                        |              | $r_1 = \infty$                 |
| Равномерно распределенная нагрузка на горизонтальной проекции $P, \text{тс/м}^2$ | $-\frac{P r_2^2}{2}$                                       | $-P r_2 \cos^2 \alpha$                | $P r_{20}^2 \frac{\sin 2\alpha}{4}$                                       |              | $\Phi = \alpha = \text{const}$ |
| Гидростатическое давление жидкости с объемным весом $\gamma, \text{тс/м}^3$      | $-\frac{\gamma r_2^2}{2} \left( h + \frac{2}{3} y \right)$ | $-\gamma r_2 (h + y)$                 | $\gamma \frac{r_{20}^2}{4} \left( h + \frac{2}{3} y \right) \sin 2\alpha$ |              |                                |

При вертикальных нагрузках на купол усилия  $N_1$  и  $N_2$  определяются по формулам:

$$N_1 = -\frac{V_\Phi}{2\pi r \sin \Phi}; \quad (1)$$

$$\frac{N_1}{r_1} + \frac{N_2}{r_2} = Z; \quad (2)$$

$$N_2 = r_2 \left( Z - \frac{N_1}{r_1} \right). \quad (3)$$

Растягивающее усилие в опорном кольце

$$N_K = \frac{V_{\Phi_0}}{2\pi \operatorname{tg} \Phi_0}. \quad (4)$$

Для сферической оболочки

$$\left. \begin{aligned} r_1 = r_2 = r_c; \quad N_1 + N_2 = Z r_c; \\ V_\Phi = 2\pi r_c^2 \int_0^\Phi P_z \sin \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для конической оболочки

$$r_1 = \infty; \quad \Phi = \alpha = \text{const}.$$

В табл. 1 приведены формулы для определения значений  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_K$  для некоторых видов симметричного нагружения в сферических и конических куполах.

### Расчет оболочек вращения на несимметричную (ветровую) нагрузку

Расчет сферического купола на ветровую нагрузку (как на несимметричную) приближенно производится по безмоментной теории. Усилие можно определить по формулам табл. 2.

Расчет сферического купола на одностороннюю нагрузку типа снеговой, исходя из нормальной к поверхности купола нагрузки:

$$p = 0,4 p_0 (1 + \sin \Phi \sin \psi); \quad (6)$$

$$N_1 = 0,4 p_0 c \left[ \frac{1}{2} + \frac{\cos \Phi}{3 \sin^3 \Phi} (2 + \cos \Phi) (1 - \cos \Phi)^2 \sin \psi \right]; \quad (7)$$

$$N_2 = 0,4 p_0 c \left\{ \frac{1}{2} + \left[ \sin \Phi - \frac{\cos \Phi}{3 \sin^3 \Phi} (2 + \cos \Phi) (1 - \cos \Phi)^2 \right] \sin \psi \right\}. \quad (8)$$



Двигательная сила

$$S = \frac{0,4\rho g c}{3} \cdot \frac{(2 + \cos \varphi)(1 - \cos \varphi)^2}{\sin^3 \varphi} \cos \psi, \quad (9)$$

где  $P_0$  — нагрузка на единицу площади горизонтальной проекции.

Т а б л и ц а 2

| φ в град | Меридиональные силы $N_1$                      |
|----------|------------------------------------------------|
| 10       | 0,5 $\rho r c$ (0,0350 sin φ + 0,0033 sin 3 φ) |
| 30       | 0,5 $\rho r c$ (0,1009 sin φ + 0,0352 sin 3 φ) |
| 50       | 0,5 $\rho r c$ (0,1373 sin φ + 0,1299 sin 3 φ) |
| 70       | 0,5 $\rho r c$ (0,1199 sin φ + 0,3972 sin 3 φ) |
| 90       | 0,5 $\rho r c$ (0,0000 sin φ + 1,2000 sin 3 φ) |
| φ в град | Кольцевые силы $N_2$                           |
| 10       | 0,5 $\rho r c$ (0,1134 sin φ - 0,0078 sin 3 φ) |
| 30       | 0,5 $\rho r c$ (0,3326 sin φ - 0,0728 sin 3 φ) |
| 50       | 0,5 $\rho r c$ (0,5138 sin φ - 0,2180 sin 3 φ) |
| 70       | 0,5 $\rho r c$ (0,6764 sin φ - 0,5297 sin 3 φ) |
| 90       | 0,5 $\rho r c$ (0,8500 sin φ - 1,3500 sin 3 φ) |
| φ в град | Двигательные силы S                            |
| 10       | 0,5 $\rho r c$ (0,0356 cos φ - 0,0048 cos 3 φ) |
| 30       | 0,5 $\rho r c$ (0,1165 cos φ - 0,0571 cos 3 φ) |
| 50       | 0,5 $\rho r c$ (0,2134 cos φ - 0,1897 cos 3 φ) |
| 70       | 0,5 $\rho r c$ (0,3506 cos φ - 0,4906 cos 3 φ) |
| 90       | 0,5 $\rho r c$ (0,5657 cos φ - 1,3254 cos 3 φ) |

### Влияние различного вида нагружения на распределение усилий в куполе-оболочке сферического чертания

Усилия от собственного веса, направленные вдоль меридиана (рис. 12, а), увеличиваются к опорам, а направленные по параллелям, — изменяются по высоте купола: в верхней части — сжимающие, а в нижней (у опорного кольца) — либо сжимающие, либо растягивающие в зависимости от геометрических размеров купола. Снеговая нагрузка принимается равномерной на единицу площади горизонтальной проекции.

Меридиональная сила от снеговой нагрузки (рис. 12, б) остается повсюду сжимающей, в то время как кольцевая сила изменяется от максимальной величины сжатия у шельги до нуля и затем до максимальной величины растяжения у опорного кольца. Угол

при котором кольцевые напряжения равны нулю, составляет приблизительно для постоянной нагрузки 52°, для снеговой — 45°. Для того чтобы избежать кольцевых растягивающих напряжений, следует подъем купола делать меньше  $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$  горизонтального диаметра.

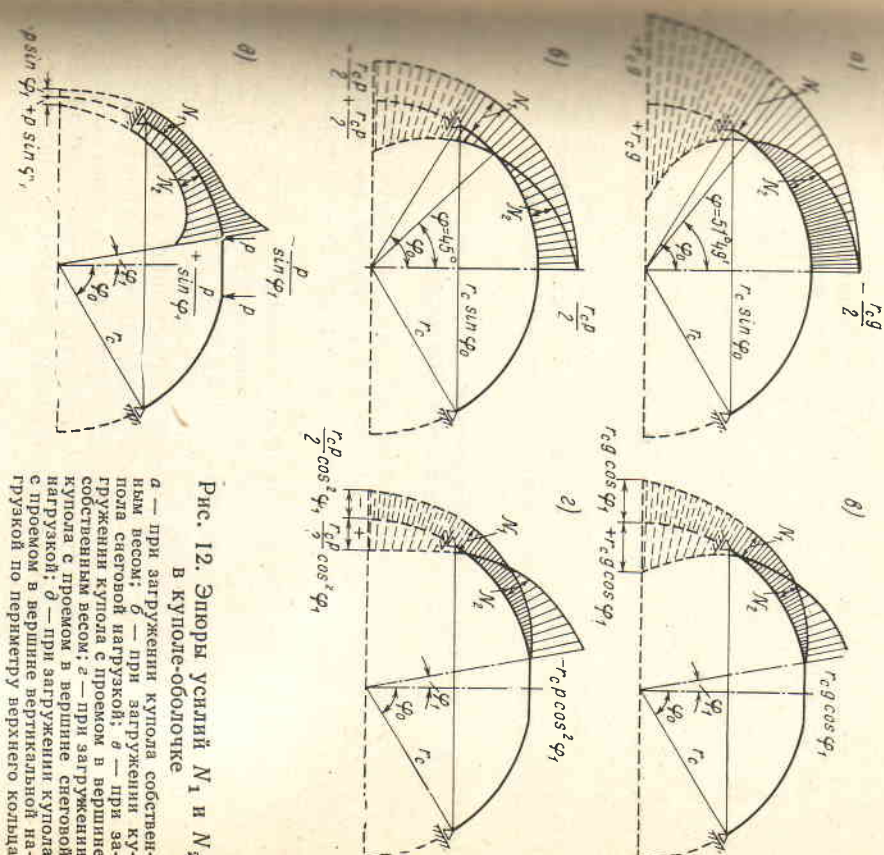


Рис. 12. Эпюры усилий  $N_1$  и  $N_2$  в куполе-оболочке

а — при нагружении купола собственным весом; б — при нагружении купола снеговой нагрузкой; в — при нагружении купола с проемом; г — при нагружении купола с проемом в вершине снеговой нагрузкой; д — при нагружении купола с проемом в вершине вертикальной нагрузкой по периметру верхнего кольца

Пологие купола удобны также и с конструктивной точки зрения, особенно при возведении их монолитными, так как бетон в основании купола может быть уложен без наружной опалубки. При сборном железобетонном куполе отпадает необходимость в кольцевой непрерывной арматуре.

Горизонтальный распор и соответствующие ему кольцевые усилия в опорном кольце увеличиваются пропорционально косинусу центрального угла, т. е. чем более пологий купол, тем больше эти силы. Это относится также и к влиянию изгибающих моментов у краев оболочки. Выбор оптимального подъема купола определяется характером нагрузки. Проектирование куполов для покрытий



$$M_1 = -N'_k \frac{r_c}{2k^2}; \quad (13)$$

$$N_2 = -N'_k; \quad (14)$$

$$M_2 = \mu M_1. \quad (15)$$

Наибольшие положительные значения  $M_1$  (рис. 13, а) находятся в сечении, где  $\omega = \frac{\pi}{2k}$ .

$$M_{1\max} = 0,208 N'_k \frac{r_c}{2k^2}. \quad (16)$$

При шарнирном соединении оболочки с опорным кольцом (рис. 13, б) усилия внизу оболочки у опорного кольца будут:

$$N_1 = N'_k \frac{\text{ctg } \Phi_0}{2k}; \quad (17)$$

$$N_2 = -N'_k; \quad (18)$$

$$M_1 = 0; \quad M_2 = -\frac{E\delta^3 \text{ctg } \Phi_0}{12(1-\mu^2)r_c} \theta; \quad (19)$$

$$\theta = N'_k \frac{k}{E\delta}; \quad (20)$$

$$Q = -\frac{N'_k}{2k}. \quad (21)$$

Наибольшее значение  $M_1$  по абсолютной величине находится в сечении, где  $\omega = \frac{\pi}{4k}$ .

$$M_{1\min} = -0,161 N'_k \frac{r_c}{k^2}. \quad (22)$$

Здесь  $M_1$  — меридиональный момент на единицу длины кольцевого сечения;

$M_2$  — кольцевой момент на единицу длины меридионального сечения;

$\theta$  — угол поворота касательной к меридиану;

$\omega$  — угол широты, отсчитываемый от нижнего края оболочки до того сечения, где определяются усилия;

$N'_k = -N_2$  — кольцевое усилие в зоне оболочки, примыкающей к опорному кольцу, вычисленное по безмоментной теории.

Эти формулы выведены для постоянного  $k$ , но с известной точностью ими можно пользоваться и при переменном  $k$ .

## Устойчивость куполов-оболочек

Если замкнутая осесимметричная сферическая оболочка находится под действием наружного давления, то по упругой теории критическая нагрузка

$$q_{кр} = \frac{2E\delta^3}{r_c^2 \sqrt{3(1-\mu^2)}}. \quad (23)$$

В этом случае величина равномерного сжимающего напряжения

$$\sigma = \frac{q_{кр}}{2\delta}; \quad (24)$$

тогда критическое напряжение

$$\sigma_{кр} = \frac{E\delta}{r_c \sqrt{3(1-\mu^2)}}, \quad (25)$$

где  $q$  — давление на единицу площади срединной поверхности;

$r_c$  — радиус сферы;

$\delta$  — толщина оболочки.

Критическое напряжение по формуле (25) с некоторым запасом может быть определено для любого вида нагрузки.

Таким образом, задача сводится к определению сжимающих напряжений в оболочке от всех видов нагружения и сопоставлению их с критическим напряжением. При проектировании железобетонных оболочек следует дополнительно учитывать рост деформации конструкций во времени из-за ползучести материала, а также возможность выключения из работы бетона растянутой зоны.

В силу указанных особенностей железобетона критические нагрузки тонкостенных элементов куполов оказываются значительно ниже тех, чем при кратковременном испытании.

Ползучесть и неоднородность бетона с некоторым запасом можно учесть, заменяя в формулах теории упругости модуль упругости  $E_{кр}$  модулем деформаций  $E_{кр\delta}$  по формуле

$$E_{кр\delta} = \frac{E_6}{4}. \quad (26)$$

Профессор А. А. Гвоздев считает, что для гладких сферических оболочек (подъемистых и пологих), а также для оболочек вращения интенсивность полной расчетной нагрузки не должна превышать величины

$$q \leq 0,2 E_{кр\delta} \left( \frac{\delta}{r_c} \right)^2 = \frac{E_6}{20} \left( \frac{\delta}{r_c} \right)^2, \quad (27)$$

где  $r_c$  — радиус кривизны в вершине для оболочек вращения. Соответственно напряжение от расчетных нагрузок

$$\sigma \leq 0,1 E_{кр\delta} \frac{\delta}{r_c} = \frac{E_6}{40} \cdot \frac{\delta}{r_c}. \quad (28)$$



Проверка устойчивости купола по этой формуле обеспечивает надежность тонких купольных конструкций.

Должно быть соблюдено также условие, при котором полная расчетная нагрузка на оболочку отвечала бы неравенству:

$$P \leq 0,4\pi E_{\pi} \delta^2 = \frac{\pi E_{\pi}}{10} \delta^2. \quad (29)$$

Приведенные формулы составлены применительно к оболочкам постоянной толщины. Для повышения устойчивости сборного купола целесообразно проектировать его ребристым, создавая при этом одинаковую жесткость в обоих направлениях. При проверке на устойчивость ребристый купол можно заменить гладким фиктивной толщиной. Фиктивная толщина купола определяется по формуле

$$\delta_{\Phi} = \sqrt{\frac{12I}{F}}. \quad (30)$$

Фиктивный модуль упругости

$$E_{\Phi} \cdot \Phi = E_{\pi} \frac{F}{b\delta_{\Phi}}, \quad (31)$$

где  $b$  — расстояние между осями соседних ребер;

$F$  — площадь сечения, образованная одним ребром вместе с прилегающими частями тела оболочки шириной  $b$ ;

$I$  — момент инерции того же сечения.

Во избежание образования местных выпучин расстояние между ребрами рекомендуется назначать не более 100  $\delta$  и не более  $7\sqrt{r\delta}$ , где  $r$  — меньший радиус кривизны оболочки.

На основании приведенных различными авторами исследований установлено, что в предварительно напряженном опорном кольце купола в процессе обжатия предварительно напряженной арматурой потери устойчивости не происходит. Поэтому расчет опорного кольца на устойчивость в процессе обжатия можно не производить.

### Рекомендации по выбору типов размеров и конструированию железобетонных куполов-оболочек

В конструкциях покрытий чаще всего применяются оболочки средней поверхности, которых описывается уравнением шара эллипсоида вращения или прямого кругового конуса. Такие оболочки могут быть использованы также в качестве поддерживающих конструкций для сравнительно тяжелых нагрузок, например от воды или сыпучих материалов.

Конические купола применяются в покрытиях промышленных и гражданских зданий, а также над резервуарами при небольших диаметрах (до 30 м). Отличаясь простой производством работ они менее экономичны, чем сферические оболочки.

В куполе, нагруженном собственным весом и другими равномерно распределенными нагрузками, по меридиональным направлениям возникают только сжимающие напряжения.

По направлению параллелей в верхних участках возникают поперечные сжимающие напряжения, а в нижних — могут возникнуть кольцевые растягивающие напряжения. Эти напряжения вызывают деформацию купола, вследствие чего он становится немного оваль, при этом создаются небольшие напряжения изгиба.

Так как напряжения изгиба невелики, то ими обычно пренебрегают, и оболочку считают по безмоментному напряженному состоянию. Толщина оболочки назначается по конструктивным соображениям, в основном из условий устойчивости.

При монолитных куполах толщину оболочек рекомендуется принимать равной  $\frac{1}{600}$  радиуса кривизны купола, но не менее 50 мм.

В сборных куполах минимальная толщина плиты принимается равной 30 мм, размер ребер, окаймляющих сборные элементы, определяется расчетом устойчивости купола в целом и проверяется по монтажному состоянию. Край купольного покрытия окаймляется опорными кольцами. Наиболее ответственным элементом является нижнее опорное растянутое кольцо.

Монолитные купола армируются стержнями, располагаемыми по меридианам и по концентрическим горизонтальным кругам. Целесообразней, укладываемых по меридианам, с приближением к вершине постепенно уменьшается в соответствии с уменьшением длины окружности купола. При толщине оболочки купола до 70 мм армирование ее рекомендуется производить одинарной сеткой, рассчитанной по среднему сечению оболочки.

При больших толщинах во избежание усадочных и температурных трещин оболочки армируются двумя сетками. Как одинарные, так и двойные сетки рекомендуется выполнять из круглой арматуры диаметром 4—6 мм с шагом стержней 150—200 мм.

В местах примыкания оболочки к нижнему опорному кольцу армирование производится по расчету на восприятие опорного изгибающего момента и обязательно двойной арматурой (рис. 14, а и б).

Арматура нижнего опорного кольца, воспринимающего распор, рассчитывается на полное усилие растяжения без учета работы бетона.

В целях экономии металла и предотвращения появления трещин в опорном кольце и приопорной зоне оболочки целесообразно производить предварительное напряжение кольца путем обмотки его тонкой высокопрочной проволокой с помощью карусельной машины, применяемой для армирования стенок круглых резервуаров, или электронагревом наружной кольцевой стержневой арматуры (рис. 14, б).

При выполнении опорного кольца без предварительного напряжения его армируют кольцевыми стержнями диаметром 25—40 мм, стыкуемыми сваркой (рис. 14, а).



Одним из важных моментов при проектировании куполов-оболочек является правильный выбор типа опирания купола на нижележащие конструкции.

Чаще всего купол опирают на непрерывную опору, но для больших зданий его приходится опирать на отдельные колонны.

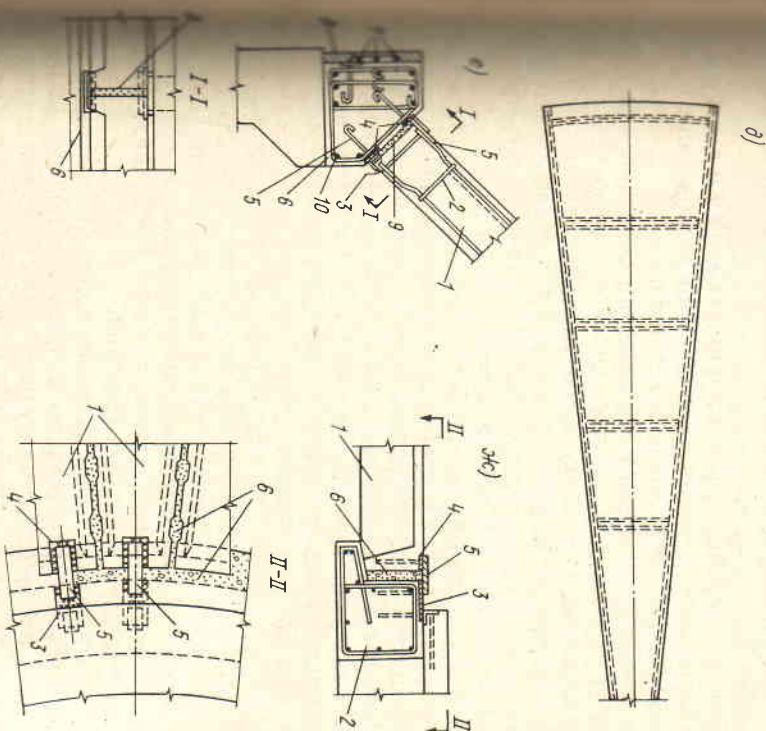


Рис. 14. Детали армирования монолитных железобетонных куполов-оболочек

ных опорных: *а* — армированный бортовой элемент плиты; *1* — продольные ребра; *з* — армирование продольных ребер; *д* — план бортового элемента плиты; продольные ребра; *2* — сварной каркас продольного ребра, *3* — стальные зажимные стержни закладных элементов колыма, *б* — нижнее опорное колымо, *7* — армирующий каркас, *9* — цементный раствор, *10* — арматура элементов напряженной арматуры, *4* — цементный раствор, *5* — стальные закладные элементы в колыме, *4* — верхнее опорное колымо, *6* — заделка цементным раствором

ножны. В этом случае купол может опираться на колонну через специально устанавливаемую подкупольную балку (и тогда для собственно купола опора непрерывная), либо непосредственно на колонну. Анализируя возможные способы опирания купола на нижележащие конструкции, следует привести некоторые рекомендации. При опирании купола на непрерывные железобетонные стены целесообразно край его соединить со



стенками жестко. Такой тип опирания достаточно надежен. Купол при этом испытывает в основном нормальные напряжения, за исключением участка у опор, где возникают небольшие изгибающие моменты; они легко могут быть определены из условия совместных деформаций купола и цилиндра, на который купол опирается. Этот прием опирания рекомендуется для пологих куполов, перекрывающих подземные резервуары.

При опирании купола на сплошные фундаменты или стены целесообразно обеспечивать по возможности свободное перемещение и поворот опорного кольца.

Для обеспечения свободного перемещения оболочки при температурных и усадочных деформациях опорное кольцо следует опирать на нижележащую опорную конструкцию путем прокладки под опорным кольцом по радиальным направлениям цилиндрических катков, либо укладки двух стальных листов с графитовой или жирной прослойкой между ними.

При опирании купола на отдельные колонны под опорным кольцом купола целесообразно устраивать специальную подкупольную балку, на которую оно опирается, обеспечивая по возможности свободное перемещение и поворот края купола и передавая, таким образом, на подкупольную балку только нормальные нагрузки. В этом случае подкупольная балка должна быть рассчитана на изгиб и кручение между опорами.

При опирании опорного кольца купола непосредственно на колонны следует устраивать катковые опоры, обеспечивающие свободное радиальное перемещение купола по колоннам. При этом возникают значительные вертикальные изгибающие и крутящие моменты в кольце и оболочке купола, а также в колоннах, которые должны быть учтены при проектировании.

При жестком присоединении опорного кольца к колоннам целесообразно создать предварительное напряжение кольца на постоянные нагрузки, после чего стыки у опор могут быть замоноличены; это позволит уменьшить изгибающие моменты в опорном кольце купола и колоннах. При наличии в центре купола верхнего фонаря устраивают верхнее сжатое кольцо. Заделку купола в это кольцо вследствие малой величины возникающих моментов можно не учитывать. Сборные и сборно-монолитные купола состояются обычно из ребристых криволинейных плит, опирающихся с одной стороны на нижнее опорное кольцо, а с другой — на верхнее кольцо, подерживаемое во время монтажа временными лесами. Такие элементы применяются для куполов диаметром до 40 м. При больших диаметрах купола монтируются из сборных криволинейных или плоских ребристых плит, вырезанных из купола по меридианам и параллелям.

При сборке купола этого вида без применения лесов его элементы соединяются с опорным кольцом и между собой сваркой металлических закладных частей, предусмотренных в сборных элементах при их изготовлении.

При возведении куполов в сборном железобетоне очертание их рекомендуется выбирать таким образом, чтобы во всей оболочке возникали только напряжения сжатия; это возможно при выборе достаточно пологого купола. Отдельным сборным элементам в продольном направлении придать очертания кривой купола, а в поперечном — их выполняют плоскими (рис. 14, в—д).

Отдельные трапециевидные элементы, из которых собирается купол, обычно имеют длину до 10—20 м, очерченную по кривой купола при ширине понизу до 3,7 м. По наружному контуру такой элемент окаймляется продолжными ребрами, направленными по меридианам, и через 2—3 м ребрами, направленными по кольцам. Толщина плиты оболочки между ребрами принимается 30—40 мм и армируется расположенной посредине плиты одиночной сварной сеткой из круглых стержней диаметром 4—5 мм с шагом 150—200 мм. Продольные ребра армируются сварными каркасами по расчету из условий их транспортировки и монтажа. В целях уменьшения сечения продольных ребер при транспортировке и монтаже они могут снабжаться временной затяжкой.

Для замоноличивания купола по линиям сопряжения отдельных сборных элементов оставляют зазоры шириной 80—100 мм. Арматура в местах сопряжений продольных и поперечных ребер свивается, после чего стыки между ребрами замоноличиваются. Марку бетона для сборных элементов обычно принимают 200—300, для стыковых соединений — 200.

В местах сопряжения элементов оболочки с опорным кольцом рекомендуется стыковать стержни ребер элементов оболочки с выпусками или закладными частями, предусмотренными в опорном кольце (рис. 14, е).

Опорное кольцо может быть выполнено из сборных элементов, что наиболее удачно осуществляется при устройстве его предварительно напряженным. В этом случае отдельные элементы кольца укладываются на опоры, выпуски арматуры стыкуются, швы между ними замоноличиваются. После отвердения бетона стыков кольцо обжимают напрягаемой арматурой, которую закрывают торкрет-бетоном толщиной 20 мм.

При создании опорного кольца из сборных элементов без предварительного напряжения арматура в стыках должна соединяться старкой, обеспечивающей равнопрочность стыкового соединения с основным сечением сборных элементов кольца.

Деталь сопряжения фонарного кольца с продолжными ребрами показана на рис. 14, ж. При сборных куполах опирания кольца на опоры должны выполняться так же, как и при монолитных.



**К**онструкция ребристых куполов состоит из трех основных элементов: нижнего опорного кольца, собственно ребер верхнего кольца. Плоские ребра устанавливаются в радиальном направлении и соединяются между собой в вершине с помощью верхнего кольца, внизу они обычно опираются на нижнее опорное кольцо. В этом случае составляющие опорного давления у ребер на фундаменты будут только вертикальные. Горизонтальный распор воспринимается опорным кольцом. При наличии скальных грунтов возможно шарнирное или жесткое опирание ребер непосредственно на фундамент без устройства опорного кольца. Соединение ребер у вершины купола может быть шарнирное либо жесткое.

Степень жесткости соединения ребер у вершины купола зависит от конструирования этого узла. Если для присоединения применяются сварка или жесткое замоноличивание, то сопряжение ребер в вершине с кольцом можно принимать жестким. Такое сопряжение всех ребер в вершине оказывает влияние на распределение напряжений в ребрах куполов малого диаметра. При больших диаметрах куполов влияние заделки в верхнем кольце можно не учитывать и считать сопряжение ребер сверху купола шарнирным.

Часто невозможно и почти всегда неэкономично создавать заземление ребер в фундаментах, поэтому обычно ребристые купола опираются на фундаменты шарнирно. Для обеспечения жесткости и устойчивости ребристого купола необходимо устраивать по крайней мере в двух местах связывающие панели, идущие от вершины купола до его опор. При анализе работы ребристых куполов принимается, что все ребра пересекаются в одной точке — в вершине.

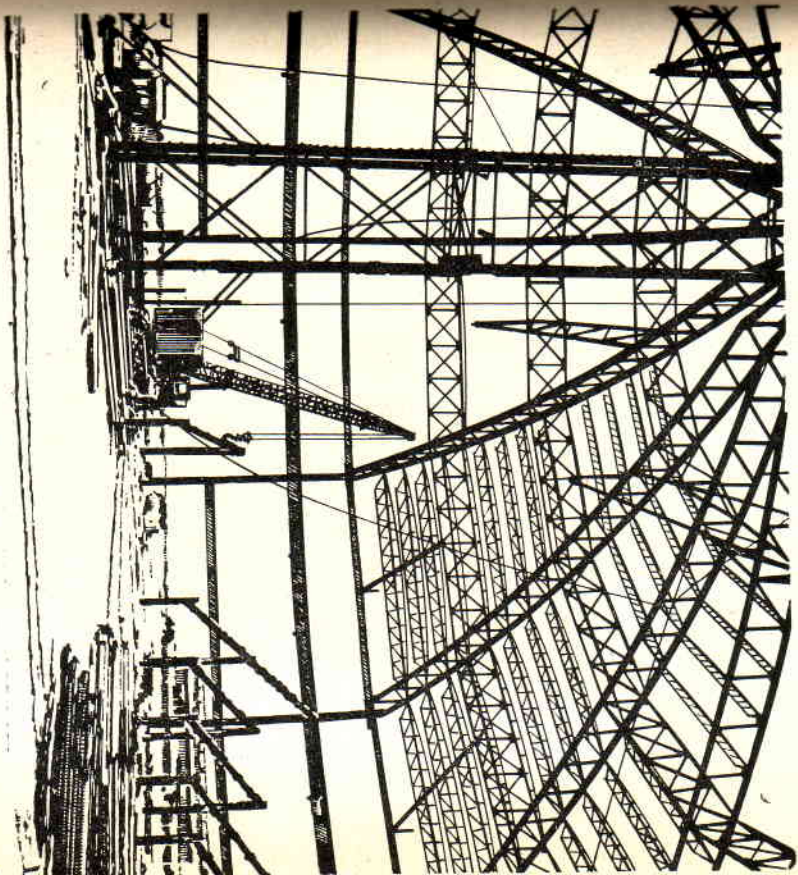
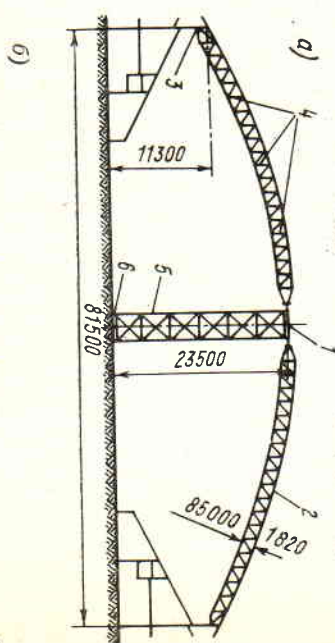
Выбор рационального очертания ребристых куполов сводится к решению задачи о рациональном очертании ребер-арок, с тем чтобы получить по возможности такое очертание арок, при котором значение изгибающих моментов в ребрах было бы минимальным.

Обычно основной определяющей нагрузкой в куполе является осесимметричная вертикальная нагрузка от собственного веса снега и др. При этом каждая арка работает самостоятельно и рассматривается отдельно от купола. Зная нагрузку, можно построить кривую давления арки от основных нагрузок, по которой и принять ее очертание. Высота подъема купола при одних и тех же весовых показателях изменяется в довольно широком диапазоне — от  $1/4$  до  $1/7$  диаметра.

Ребристые купола могут быть выполнены в металлических, железобетонных или деревянных конструкциях. Они многократно были использованы в различных странах для перекрытия значительных пролетов.

В штате Невада, около Лас-Вегаса (США), построено ребристое купольное покрытие над зданием конференц-зала (рис. 15). Здание имеет круглую форму диаметром 81,5 м. Покрытие выполнено

Рис. 15. Купольное покрытие над зданием конференц-зала в штате Невада





в стальных конструкциях в виде ребристого сферического купола с радиусом кривизны 85 м.

Купол состоит из четырех основных элементов: сжатого кольца в замке купола; 16 решетчатых ребер, установленных по меридианам; опорного кольца у основания купола; 16 опорных стоек, на которые опирается покрытие.

Верхнее сжатое кольцо двутаврового сечения сварное из стальных листов.

Ребра купола выполнены в виде клепаных решетчатых ферм, каждое ребро изготавливалось из трех частей, укрупненных на строительной площадке при помощи высокопрочных болтов.

Опорное кольцо выполнено из тяжелых двутавровых балок с широкими полками, усиленных стальными полосами, наваренными на полки. Оно соединено угловыми накладками с 16 опорными стойками. Соединение осуществлялось высокопрочными болтами.

Таким образом, все четыре элемента соединены друг с другом, чтобы обеспечить их совместную работу.

Для монтажа была сооружена в центре купола временная вертикальная башня, на которую укладывалось верхнее сжатое кольцо. Башня имела квадратное сечение со стороной 3,66 м и высоту 23,5 м.

Одновременно на 16 стойках монтировалось нижнее опорное кольцо; оно было размещено на специальном приспособлении, позволяющем установить его в проектное положение. Затем краном грузоподъемностью 25 т были смонтированы решетчатые ребра, которые после их установки в проектное положение присоединялись к верхнему и нижнему кольцам высокопрочными болтами. После закрепления всех болтов монтажная башня была опущена и на этом закончен монтаж основных несущих конструкций покрытия. После этого монтировались остальные конструкции.

На сооружение конференц-зала затрачено 1700 т стали.

В Северной Каролине (США) для выставочного зала, который используется также для различного рода соревнований, был построен ребристый купол (рис. 16).

Купол представляет собой стальную арочную конструкцию с центральным сжатым кольцом и растянутым опорным кольцом. Железобетонные колонны скошены наружу, что предохраняет окна и сборные стены от дождя. Купол имеет диаметр около 100 м и установлен на 48 колоннах. Секции ребер длиной 45 м и весом 14 т каждая были собраны на земле и смонтированы между колоннами и центральным сжатым кольцом диаметром 13,8 м, размещенным на монтажных лесах. Во избежание неравномерной нагрузки на сжатых кольцах в каждом секторе монтировалось одновременно по три таких ребра. Каждая трехреберная секция купола была полностью установлена на место. На стальной каркас были уложены трехдюймовые доски, покрытые слоем бетона 25 мм, затем по слою картона устроено покрытие из алюминиевых листов.

Над выставочным залом в Белграде (рис. 17) площадь 9300 м<sup>2</sup> изготовлено покрытие в виде железобетонного ребристо-кольцевого купола в плане купола. Диаметр опорного кольца 94 м, стрела подъема 12,84 м. Купол образован 80 ребрами-полуркарами, опирающимися на полое опорное кольцо. По высоте ребра связаны тремя горизонтальными кольцевыми балками. По ребрам уложены арматурные плиты из легкого бетона с круглыми отверстиями для освещения.

Нижнее опорное кольцо купола опирается на восемь пар колонных колонн в виде перевернутого усеченного эллипсоида.

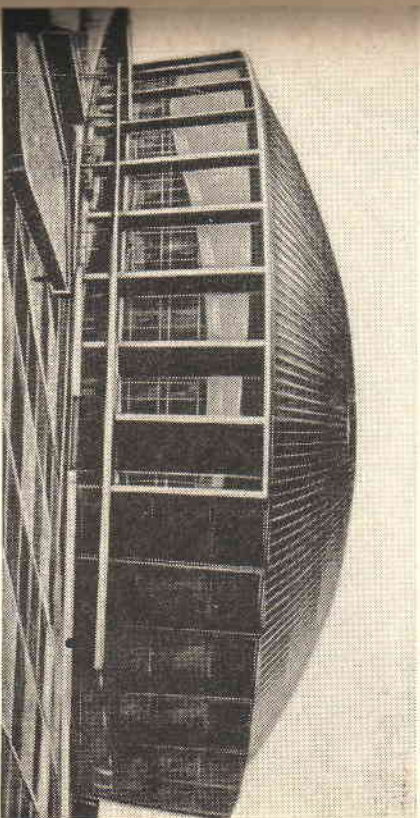


Рис. 16. Купольное покрытие над зданием выставочного зала в Северной Каролине

ного конуса. Опорное кольцо полое трапецевидного сечения имеет три группы предварительно напряженной арматуры:

- 1) для воспринятия распора купола; состоит из 142 пучков, в каждый пучок — из шести проволок диаметром 5 мм. Пучки уложены по наружному периметру кольца симметрично относительно центра тяжести сечения. Каждый пучок направляется одновременно в шесть точек по длине кольца;
- 2) для воспринятия изгибающих моментов в вертикальной плоскости; состоит из 64 пучков над опорами и 60 пучков в пролетах между колоннами;
- 3) для воспринятия косых растягивающих усилий около опор.

Бетон ребер опорных и промежуточных колец оболочки купола — марки 450.

Предварительно напряженная проволока имела предел текучести 12 500 кгс/см<sup>2</sup> и предел прочности 15 000 кгс/см<sup>2</sup>. Начальное натяжение проволоки составляло 10 500 кгс/см<sup>2</sup>. Натяжение с учетом потерь было 8500 кгс/см<sup>2</sup>. Ребра монтировались с временными натяжками из пучковой предварительно напряженной арматуры.



После установки полуарок бетонировались кольцевые балки и по-  
ливались опоры полуарок. Временные затяжки и подмости, поддер-  
живающие верхнее опорное кольцо, удалялись одновременно.

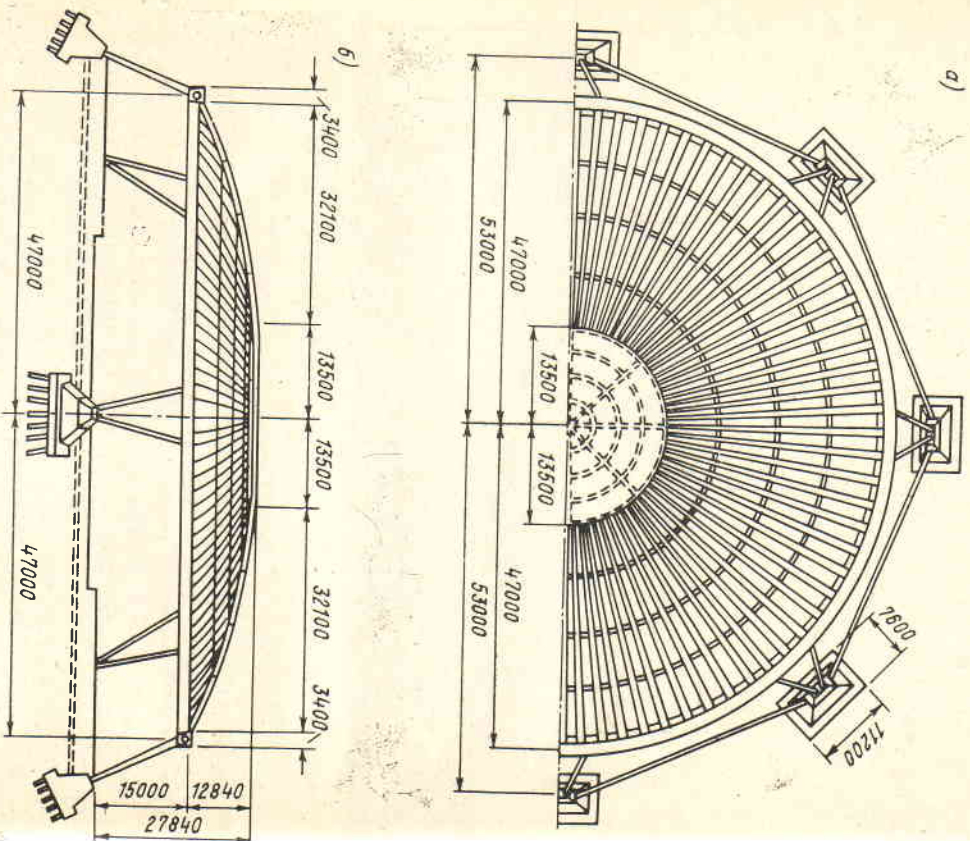


Рис. 17. Купольное покрытие над зданием павильона в Белграде  
а — план; б — разрез

### Статический расчет ребристых куполов с шарнирным соединением ребер в ключе

Рассмотрим купол, составленный из арок, соединенных в ключе шарнирно и опирающихся на нижнее опорное кольцо (рис. 18), устроенное следующим образом. В местах опирания ребер установ-

ливаются маятниковая опора, воспринимающая вертикальную со-  
ставляющую давления от ребер, а горизонтальная составляющая  
может быть разложена на два направления вдоль примыкающих  
к углу элементов многоугольного кольца и дальше воспринимается  
неподвижной опорой, расположенной посредине сторон многоуголь-  
ного кольца. Низ арок может также иметь и шарнирно неподвиж-  
ную опору; распор арок в этом случае воспринимается конструкцией  
опор.

Все арки купола одинакового очертания, но могут иметь различ-  
ное поперечное сечение. Конструктивно сопряжение арок осущест-  
вляется при помощи верхнего кольца, которое должно всегда про-  
ектироваться жестким.

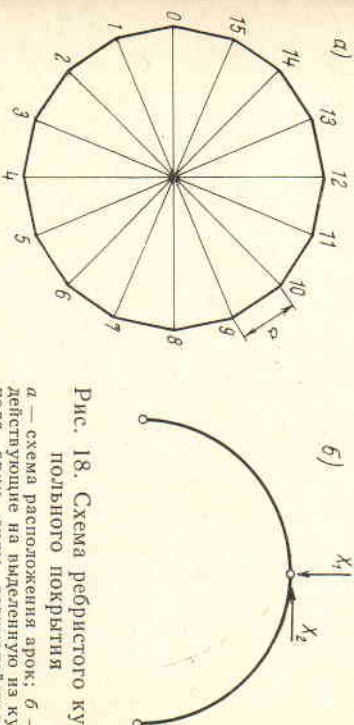


Рис. 18. Схема ребристого ку-  
польного покрытия  
а — схема расположения арок; б —  
действующие на выделенную на ку-  
поле арку силы взаимодействия  
остальных арок

По ребрам устанавливаются кольцевые прогоны. Для обеспе-  
чения устойчивости и неизменяемости купола, по крайней мере в  
двух секторах, должны быть устроены жесткие связевые панели.  
Каждая арка воспринимает только нагрузки, приложенные в ее  
плоскости, и в ключевом сечении может получить реактивные уси-  
лия от примыкающих арок лишь вертикальные или горизонталь-  
ные, приложенные также в ее плоскости. Боковые силы восприни-  
маются конструкцией кровли и связевыми дисками.

Усилия могут быть определены из условий совместности дефор-  
маций всех арок в ключевом сечении.

Рассмотрим сначала нагружение одной арки.

Обозначим суммарное значение реакций всех незагруженных  
арок, примыкающих к нагруженной, соответственно через  $X_1$  и  
 $X_2$ , где  $X_1$  — равнодействующая вертикальных сил, а  $X_2$  — равно-  
действующая горизонтальных сил незагруженных арок, проходя-  
щая в плоскости нагруженной арки.

Тогда уравнения метода сил могут быть записаны в следующем  
виде:

$$\left. \begin{aligned} A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + a_{1p} &= 0, \\ A_{12}X_1 + A_{22}X_2 + a_{2p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$



Сила  $X_1$  вызывает симметричное нагружение каждой арки, сила  $X_2$  — кососимметричное нагружение.

Согласно обычному методу решения положим силы  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$ . Будем искать значения коэффициентов канонических уравнений. Так как усилие  $X_1 = 1$  симметрично, а усилие  $X_2 = 1$  кососимметрично, то  $A_{12} = 0$  и уравнения распадутся на два, в каждом из которых будет по одному неизвестному:

$$\left. \begin{aligned} A_{11}X_1 + a_{1p} &= 0; \\ A_{22}X_2 + a_{2p} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Теперь определим отдельно значения  $X_1$  и  $X_2$  для нагруженных и незатруженных арок.

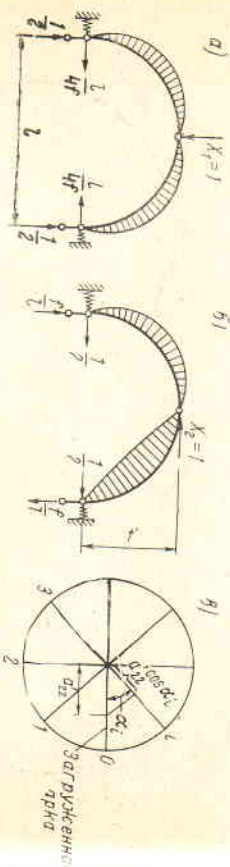


Рис. 19. Эпюры изгибающих моментов в трехшарнирной арке  $a$  — при действии  $X_1 = 1$ ;  $b$  — при действии  $X_2 = 1$ , приложенных в ключе арки;  $c$  — расчетная схема для определения значения  $X_2$

Для определения  $X_1$  и  $X_2$  из уравнений упругости необходимо вычислить следующие перемещения:

$a_{11}$  и  $a_{22}$  — перемещение вершины трехшарнирной арки под действием соответственно силы  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$ , приложенной в ключе этой арки по направлению  $X_1$  и  $X_2$  (рис. 19,  $a$  и  $b$ ).

$$a_{11} = \int_0^l \frac{M_1^2}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_1^2}{EF} dx + \frac{2S_1^2}{E_k F_k}; \quad (34)$$

$$a_{1p} = \int_0^l \frac{M_p M_1}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_p N_1}{EF} dx + \frac{(S_p^u + S_p^n) S_1^l}{E_k F_k}; \quad (35)$$

$$a_{22} = \int_0^l \frac{M_2^2}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_2^2}{EF} dx + \frac{2S_2^2}{E_k F_k}; \quad (36)$$

$$a_{2p} = \int_0^l \frac{M_p M_2}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_p N_2}{EF} dx + \frac{(S_p^u + S_p^n) S_2^l}{E_k F_k}; \quad (37)$$

$a_{1p}$  и  $a_{2p}$  — перемещение вершины трехшарнирной арки под действием внешней нагрузки соответственно по направлению  $X_1$  и  $X_2$ ;

$\alpha_i$  — угол между нагруженной и  $i$ -й аркой;

$n$  — число арок;

$k$  — число одинаково нагруженных арок;

$M_1$ ,  $M_2$  и  $N_1$ ,  $N_2$  — изгибающие моменты и нормальные силы в трехшарнирной арке от действия соответствующего сил  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$ ;

$M_p$  и  $N_p$  — изгибающие моменты и нормальные силы в трехшарнирной арке от внешней нагрузки;

$S_1$  и  $S_2$  — усилия в нижнем кольце от опорного давления трехшарнирной арки при действии сил  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$ ;

$S_p^u$  и  $S_p^n$  — усилия у левого и правого концов ребра в нижнем кольце от опорного давления трехшарнирной арки при действии внешней нагрузки;

$E$ ,  $I$  и  $F$  — модуль упругости, момент инерции и площадь поперечного сечения ребра;

$E_k$  и  $F_k$  — модуль упругости и площадь поперечного сечения кольца;

$l_k$  — длина стороны кольца;

$a_{11}$  и  $a_{22}$  — перемещение вершины нагруженной трехшарнирной арки под действием соответственно сил  $X_1 = 1$  и  $X_2 = 1$ , приложенной в ключе этой арки по направлению  $X_1$  и  $X_2$ ;

$a_{11}^{нез}$  и  $a_{22}^{нез}$  — то же, в незатруженной арке, для которой определяется сила взаимодействия в вершине;

$\sum a_{11}^{нез}$  — сумма перемещений  $a_{11}$  по всем незатруженным аркам;

$\sum a_{11}$  — сумма перемещений  $a_{11}$  по всем нагруженным и незатруженным аркам.

Определение значений  $X_1$ . Значение  $X_1$  принимается положительным, если сила направлена вниз. Коэффициент  $A_{11}$  состоит из двух частей: перемещения нагруженной арки от силы  $X_1 = 1$  и перемещения всех незатруженных арок от силы  $X_1 = 1$ .

Перемещение нагруженной арки —  $a_{11}^{затр}$ . Для определения перемещения всех незатруженных арок установим вначале, что сила  $X_1 = 1$  распределяется между незатруженными арками и составляет для  $i$ -й арки величину

$$\frac{a_{11i}^{нез}}{\sum_{i=1}^n a_{11i}^{нез}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{a_{11i}^{нез}}{a_{11i}^{нез}}}.$$



Перемещение  $i$ -й незагруженной арки и, следовательно, всех остальных незагруженных арок при приложении к ним единичной силы составит

$$\frac{a_{11i \text{ нез}}}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}},$$

где  $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}$  — сумма; распространяется на все незагруженные арки.  
Тогда

$$A_{11} = a_{11 \text{ загр}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}} = \frac{a_{11 \text{ загр}} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}} + 1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}}. \quad (38)$$

Значение  $X_1$  для загруженной арки будет

$$X_{1 \text{ загр}} = \frac{a_{1p} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}}{a_{11 \text{ загр}} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}} + 1}, \quad (39)$$

а для  $i$ -й незагруженной арки

$$X_{1i \text{ нез}} = \frac{X_{1 \text{ загр}}}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}} = \frac{a_{1p} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}}{\left( a_{11 \text{ загр}} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}} + 1 \right) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}}} = \frac{a_{1p}}{a_{11i} \left( a_{11 \text{ загр}} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}} + 1 \right)}. \quad (40)$$

Когда все арки имеют одинаковое сечение, тогда

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{a_{11 \text{ нез}}} = \frac{n-1}{a_{11}}, \quad (41)$$

значение  $X_1$  для загруженной арки будет

$$X_{1 \text{ загр}} = \frac{a_{1p} \cdot \frac{n-1}{a_{11}}}{\frac{n-1}{a_{11}} + 1} = -\frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{n-1}{n}, \quad (42)$$

а для каждой незагруженной арки

$$X_{1i \text{ нез}} = \frac{a_{1p}}{a_{11} \left( \frac{n-1}{a_{11}} + 1 \right)} = \frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{1}{n}. \quad (43)$$

Когда все арки имеют одинаковые сечения и  $k$  арок одинаково загружены, тогда значение  $X_1$  для загруженной арки будет

$$X_{1 \text{ загр}} = -\frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{n-1}{n} + \frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{k-1}{n} = -\frac{a_{1p}}{a_{11}} \left( \frac{n-1-k+1}{n} \right) = -\frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{n-k}{n}, \quad (44)$$

а для любой незагруженной арки

$$X_{1i \text{ нез}} = \frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{k}{n}. \quad (45)$$

Когда все арки имеют одинаковые сечения и загружены одинаково,  $n = k$ ;  $X_1 = 0$ .

Определение значения  $X_2$ . Полагая, что загружена одна арка. Тогда между загруженной аркой и незагруженными возникает не известная пока сила  $X_2$ . Уравнение для определения этой силы имеет вид:

$$A_{22} X_2 + a_{2p} = 0,$$

$$X_2 = -\frac{a_{2p}}{A_{22}}. \quad (46)$$

Исць  $A_{22}$  состоит из двух частей:

$$A_{22} = a_{22} + a'_{22}, \quad (47)$$

где  $a_{22}$  — перемещение верхушки загруженной арки под действием силы  $X_2 = 1$  в направлении  $X_2$  (направление  $X_2$  принимаем действующим в плоскости загруженной арки);

$a'_{22}$  — перемещение ключевого сечения всех незагруженных арок под действием силы  $X_2 = 1$  в направлении загруженной арки.

Для определения  $a'_{22}$  положим, что в арке  $i$  от силы  $X_2 = 1$  возникает усилие  $X'_{2i}$ . Тогда перемещение ключевого сечения в плоскости  $i$ -й арки будет

$$a_{22i} X'_{2i}.$$



Между перемещением ключевого сечения всех незагруженных арок и перемещением  $i$ -й арки в своей плоскости существует следующая зависимость (рис. 19,  $\theta$ ): перемещение  $i$ -й арки в своей плоскости равно  $a_{22} \cos \alpha_i$ , где  $\alpha_i$  — угол между загруженной и  $i$ -й аркой. Для этого же перемещения  $i$ -й арки выше была написана еще одна зависимость. Тогда

$$a'_{22} \cos \alpha_i = X_{2i} a_{22i},$$

отсюда

$$X_{2i} = \frac{a'_{22}}{a_{22i}} \cos \alpha_i.$$

Возьмем сумму проекций всех сил  $X'_{2i}$  на линию загруженной арки и учтем при этом, что сумма проекций сил  $X'_2$  на линию загруженной арки равна единице. Тогда

$$a'_{22} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}} = 1,$$

отсюда

$$a'_{22} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}},$$

где  $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}$  — сумма, распространяемая на все незагруженные арки. Тогда

$$A_{22} = a_{22 \text{ загр}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}}. \quad (48)$$

Усилие в загруженной арке составит

$$X_{2 \text{ загр}} = -\frac{a_{22}}{A_{22}} = -\frac{a_{22 \text{ загр}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}}}{a_{22}}. \quad (49)$$

Усилие в  $i$ -й незагруженной арке при силе  $X_2 = 1$  будет

$$X'_{2i} = \frac{a'_{22}}{a_{22i}} \cos \alpha_i = \frac{\cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}}, \quad (50)$$

при значении полной силы  $X_2$

$$X'_{2 \text{ нез}} = \frac{a_{22}}{a_{22 \text{ загр}} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}}} \cdot \frac{\cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22i}}}. \quad (51)$$

Если считать, что все арки имеют одинаковые поперечные сечения и загружена одна арка и при этом учесть, что  $n$  — число арок и куполе  $\alpha_i = \frac{\pi}{n} i$  (где  $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n-1$ ), то

$$\sum_{i=1}^{n-1} \cos^2 \alpha_i = \sum_{i=1}^n \cos^2 \alpha_i - 1 = \frac{n}{2} - 1 = \frac{n-2}{2}$$

и формулы для величин  $X_{2 \text{ загр}}$  и  $X_{2 \text{ нез}}$  приобретают вид:

$$X_{2 \text{ загр}} = -\frac{a_{22}}{a_{22} + \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \frac{\cos^2 \alpha_i}{a_{22}}}} = -\frac{a_{22}}{a_{22} \left(1 + \frac{2}{n-2}\right)} = -\frac{a_{22}}{a_{22}} \cdot \frac{n-2}{n}. \quad (52)$$

Усилие в незагруженной  $i$ -й арке

$$X_{2i \text{ нез}} = \frac{a_{22} \cos \alpha_i}{a_{22} \left(1 + \frac{2}{n-2}\right)} = \frac{a_{22}}{a_{22}} \cdot \frac{2 \cos \alpha_i}{n}. \quad (53)$$

Загружение второй арки вызывает аналогичные усилия во всей системе, нужно только повернуть всю систему на угол между первой и второй арками. Такую же операцию следует произвести при определении усилий от остальных загруженных арок. После определения сил взаимодействия усилие в загруженной арке будет

$$\left. \begin{aligned} M &= M_p + X_1 M_1 + X_2 M_2; \\ N &= N_p + X_1 N_1 + X_2 N_2. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Для незагруженных арок

$$\left. \begin{aligned} M_i &= X_1 M_1 + X_{2i} M_{2i}; \\ N_i &= X_1 N_1 + X_{2i} N_{2i}. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Для нижнего кольца

$$S_k = S_p + X_{1k} S_1 + X_{2k} S_2. \quad (56)$$

Таким образом, загруженная арка купола может рассматриваться отделенной от него и находящейся под действием внешней нагрузки и сил взаимодействия  $X_{1 \text{ загр}}$  и  $X_{2 \text{ загр}}$  (рис. 20,  $a$ ).



Незагруженная  $i$ -я арка может быть выделена из купола и рассмотрена под действием сил взаимодействия  $X_{1i}^{нез}$  и  $X_{2i}^{нез}$  (рис. 20, б).

Для случая, когда у низа купола отсутствует кольцо и ребра опираются шарнирно на нижележащие неподвижные опорные конструкции, значения усилий  $S_1, S_2, S_p'$  и  $S_p''$  должны приниматься равными нулю.

Для случая, когда низ арок жестко заделан в фундамент, коэффициенты  $a_{11}, a_{22}, a_{1p}, a_{2p}$  должны быть вычислены для арки, опирающейся шарнирно на неподвижные опоры жестко заделанные, а в ключе имеется шарнир.

В остальном все выкладки остаются без изменения.

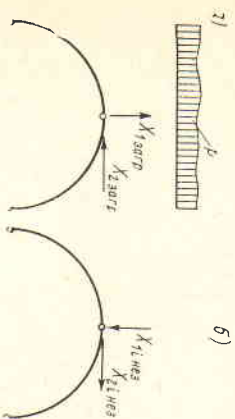


Рис. 20. Расчетные схемы арок ребристых куполов после определения сил взаимодействия в замке купола

## Статический расчет ребристых куполов с жестким соединением ребер в ключе (рамные купола)

Конструкция такого типа имеет место в куполах при жестком соединении всех ребер между собой в вершине или с верхним кольцом.

Рассмотрим случай, когда купол образуется системой ребер одинакового сечения, однообразно располагаемых по кругу, каждая пара которых представляет собой двухшарнирную арку с упругой затяжкой. Затяжками служат нижнее опорное кольцо. Пусть это кольцо устроено таким образом, что ребро опирается на него при помощи качающейся опоры, а горизонтальная составляющая усилия воспринимается элементами нижнего кольца, примыкающими к ребру, и через эти элементы передается на неподвижную опору, расположенную посредине сторон кольца.

Как и ранее, предполагаем, что ребра могут работать на изгиб в вертикальном направлении только в своей плоскости, боковая жесткость на изгиб и кручение незначительны, и их во внимание принимать не будем.

Рассмотрим случай, когда загружена одна арка по линии  $O-O$  произвольной нагрузкой в плоскости арки (рис. 21).

Предположим, что все остальные арки оторваны от загруженной, лежащей в плоскости  $O-O$ . Тогда между загруженной и незагруженными арками возникают неизвестные силы: вертикальная  $X_1$ , горизонтальная  $X_2$  и изгибающий момент  $X_3$ , действующие в плоскости  $O-O$ .

Для определения величин  $X_1, X_2$  и  $X_3$  составим три уравнения упругости, для чего необходимо вычислить следующие перемещения:

$a_{11}, a_{12}, a_{13}$  — перемещение вершины двухшарнирной арки от нагрузок  $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1$  в направлении сил  $X_1$ ;

$a_{21}, a_{22}, a_{23}$  — то же, в направлении сил  $X_2$  от тех же сил;  $a_{31}, a_{32}, a_{33}$  — то же, в направлении сил  $X_3$  от тех же сил;  $a_{1p}, a_{2p}, a_{3p}$  — перемещение вершины двухшарнирной арки от внешней нагрузки в направлении сил  $X_1, X_2$  и  $X_3$ .

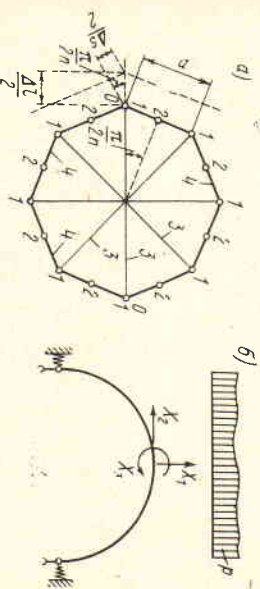


Рис. 21. Расчетная схема купола при жестком сопряжении ребер в вершине  
а — расчетная схема купола: 1 — маятниковая опора, 2 — неподвижная опора, 3 — ребра купола, 4 — опорное кольцо; б — расчетная схема загруженной арки

$$a_{11} = \int_0^1 \frac{M_1^2}{EI} dx + \int_0^1 \frac{N_1^2}{EF} dx + 2H_1^2 \frac{a}{EF_K}; \quad (57)$$

$$a_{12} = 0; a_{13} = 0; a_{21} = 0; a_{31} = 0; \quad (58)$$

$$a_{22} = \int_0^1 \frac{M_2^2}{EI} dx + \int_0^1 \frac{N_2^2}{EF} dx + 2H_2^2 \frac{a}{EF_K}; \quad (59)$$

$$a_{23} = a_{32} = \int_0^1 \frac{M_2 M_3}{EI} dx + \int_0^1 \frac{N_2 N_3}{EF} dx; \quad (60)$$

$$a_{33} = \int_0^1 \frac{M_3^2}{EI} dx + \int_0^1 \frac{N_3^2}{EF} dx; \quad (61)$$

$$a_{1p} = \int_0^1 \frac{M_p M_1}{EI} dx + \int_0^1 \frac{N_p N_1}{EF} dx + (H_p^1 + H_p^0) \frac{a H_1}{EF_K}; \quad (62)$$



$$a_{2p} = \int_0^l \frac{M_p M_2}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_p N_2}{EF} dx + (H_p^1 + H_p^n) \frac{a H_2}{EF_k}; \quad (6)$$

$$a_{3p} = \int_0^l \frac{M_p M_3}{EI} dx + \int_0^l \frac{N_p N_3}{EF} dx. \quad (61)$$

Здесь

$M_1, M_2, M_3$  — изгибающие моменты и нормальные силы в двухшарнирной арке от действия сил  $N_1, N_2, N_3$

$$X_3 = 1 \text{ (pic. 22);}$$

$H_1, H_2, H_3$  — усилия в нижнем кольце от опорного давления двухшарнирной арки при действии соответственно сил  $X_1 = 1, X_2 = 1, X_3 = 1$ ;

$H_p^1$  и  $H_p^u$  — усиления у левого и правого концов ребра

В нижнем кольце от оторванного давления и  $P_p$  — усилилия у левого и правого концов рефра двухшарнирной арки при действии внешней нагрузки;

$I$  и  $F$  — момент инерции и площадь поперечного сечения ребра;

$F_K$  — площадь поперечного сечения кольца;  $a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{31}$  — перемещения равны нулю вследствие того, что  $M_1$  и  $N_1$  являются симметричными, а  $M_3, N_3$  и  $M_2, N_2$  — косимметричными функциями.

Если нижнее кольцо отсутствует и опирание ребер осуществляется непосредственно на фундаменте с помощью неподвижного шарнира, то значения  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_p$  равны нулю.

При действии на арку силы  $X_3 = 1$  горизонтальный распор будет равен нулю, поэтому произведения  $N_2 N_3$ ,  $N_3^2$  и  $N^p N_3$  в коэффициентах  $a_{23}$ ,  $a_{33}$  и  $a_{3p}$  также равны нулю.

Значения  $X_1$  могут быть определены, как и ранее, по формулам (42) и (43):

$$X_{13ap} = \frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{n-1}{n};$$

$$X_{1\text{ нез}} = \frac{a_{1p}}{a_{11}} \cdot \frac{1}{n},$$

где  $n$  — число арок.

Значения величин  $a_{11}$  и  $a_{1r}$  в этом случае должны быть вычислены для двухшарнирной арки.

Для определения значений  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  необходимо составить для уравнения упругости, приравняв горизонтальные перемещения и повороты вершин заруженной арки и незаруженных арок.

Если вершина нагруженной арки перемещается в своей плоскости на величину  $\Delta_2$ , то составляющая этого перемещения в направлении арки  $i$ , которая образует с нагруженной аркой  $O-O$  угол  $\alpha_i$ , будет  $\Delta_2 \cos \alpha_i$ .

При повороте вершины нагруженной арки  $O-O$  вокруг оси, перпендикулярной плоскости  $O-O$ , на  $\Delta\varphi$ , составляющая угла по-

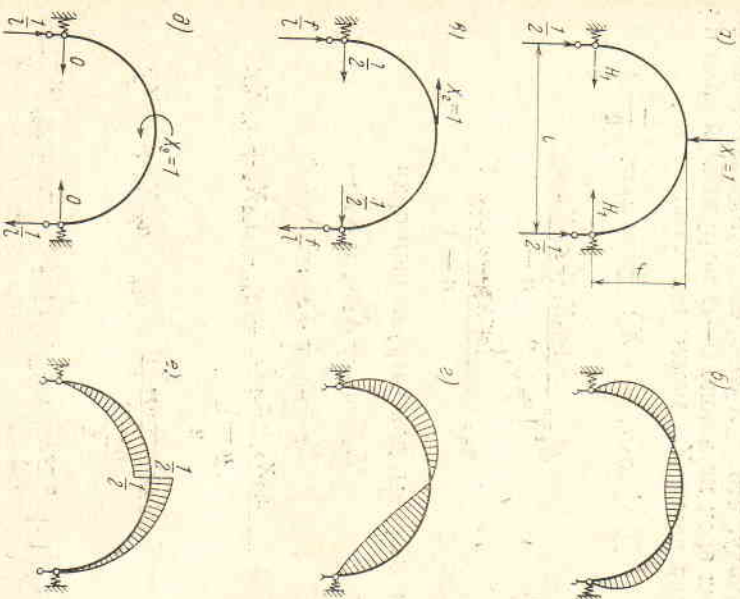


Рис. 22. Эпюры изгибающих моментов в двухшарнирной арке от действия линейных неизвестных, приложенных в ключе арки

$a$  и  $b$  — схема нагружения и эпюра моментов в арке при действии силы  $X_1 = 1$ ;  $\varphi$  и  $\varepsilon$  — то же, при действии силы  $X_2 = 1$ ;  $\delta$  и  $\epsilon$  — то же, при действии силы  $X_3 = 1$ .

прота вокруг оси, перпендикулярной плоскости арки  $i$ , будет  $\cos \alpha_i$ ; это же перемещение может быть выражено через неизвестные  $u_i$  и  $v_i$  в  $i$ -й арке, а именно:

$$\left. \begin{aligned} X_2^i d_{22} + X_3^i d_{23} &= \Delta_2 \cos \alpha_i; \\ X_2^i d_{32} + X_3^i d_{33} &= \Delta_3 \cos \alpha_i. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Эти уравнения действительны для всех незагруженных  $n-1$



Запишем эти уравнения и произведем их сложение почленно в обоих уравнениях, умножив обе части уравнений на  $\cos \alpha_i$ :

$$\begin{aligned} a_{22} \sum X_2' \cos \alpha_i + a_{23} \sum X_3' \cos \alpha_i &= \Delta_2 \sum \cos^2 \alpha_i; \\ a_{32} \sum X_2' \cos \alpha_i + a_{33} \sum X_3' \cos \alpha_i &= \Delta_3 \sum \cos^2 \alpha_i. \end{aligned}$$

Имея в виду, что  $\sum X_2' \cos \alpha_i$  есть сумма проекций всех сил не загруженных арок на линию  $O-O$  загруженной арки и что, следовательно, она равна  $X_2$ , можем написать:

$$\sum X_3' \cos \alpha_i = -X_3; \quad \sum \cos^2 \alpha_i = \frac{n-2}{2};$$

$$\Delta_2 = -\frac{(a_{22}X_2 + a_{23}X_3) \cdot 2}{n-2};$$

$$\Delta_3 = -\frac{(a_{32}X_2 + a_{33}X_3) \cdot 2}{n-2}.$$

С другой стороны, для загруженной арки

$$\Delta_2 = a_{2p} + X_2 a_{22} + X_3 a_{23};$$

$$\Delta_3 = a_{3p} + X_2 a_{32} + X_3 a_{33};$$

$$-\frac{a_{22}X_2 + a_{23}X_3}{\frac{n-2}{2}} = a_{2p} + a_{22}X_2 + a_{23}X_3;$$

$$-\frac{a_{32}X_2 + a_{33}X_3}{\frac{n-2}{2}} = a_{3p} + a_{32}X_2 + a_{33}X_3;$$

$$a_{22}X_2 \left(1 + \frac{n-2}{2}\right) + a_{23}X_3 \left(1 + \frac{n-2}{2}\right) + a_{2p} \frac{n-2}{2} = 0;$$

$$a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{2p} \frac{\frac{n-2}{2}}{1 + \frac{n-2}{2}} = 0;$$

$$a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{2p} \frac{\frac{n-2}{2}}{1 + \frac{n-2}{2}} = 0,$$

или окончательно

$$\left. \begin{aligned} a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{2p} \frac{n-2}{2} &= 0; \\ a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{3p} \frac{n-2}{2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Из этих уравнений могут быть определены значения неизвестных  $X_2$  и  $X_3$ .

Для незагруженных арок

$$\left. \begin{aligned} X_2' &= -X_2 \frac{2}{n-2} \cos \alpha_i; \\ X_3' &= -X_3 \frac{2}{n-2} \cos \alpha_i. \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

Определив значения неизвестных  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  из уравнений, найдем:

для загруженных арок

$$\left. \begin{aligned} M &= M_p + X_1 M_1 + X_2 M_2 + X_3 M_3; \\ N &= N_p + X_1 N_1 + X_2 N_2 + X_3 N_3; \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

для нижнего кольца

$$H = H_p + X_1' H_1 + X_2' H_2; \quad (69)$$

для незагруженных арок

$$\left. \begin{aligned} M_i &= X_1' M_1 + X_2' M_2 + X_3' M_3; \\ N_i &= X_1' N_1 + X_2' N_2 + X_3' N_3; \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

для нижнего кольца

$$H_i = X_1' H_1 + X_2' H_2. \quad (71)$$

Если загружено несколько арок, то складывают влияние одной загруженной арки с влиянием другой и т. д., причем отдельные влияния можно определить из найденных величин  $X_i$ ,  $M_i$  и  $N_i$  путем циклической замены.

Для того чтобы при определении усилий в арках можно было использовать известные формулы и таблицы, допустимо заменить влияние кольца сечением условной затяжки в плоскости арки  $F_3$ .

Если усилие в затяжке принять  $H$ , то усилие в элементах кольца будет (рис. 21)

$$\frac{H}{2 \sin \frac{\pi}{2n}}.$$

Удлинение элемента кольца

$$\frac{\Delta S}{2} = \frac{H a}{2 \cdot 2 \sin \frac{\pi}{2n} E F} = \frac{H a}{4 E F \sin \frac{\pi}{2n}};$$

$$\frac{\Delta l}{2} = \frac{\Delta S}{2 \sin \frac{\pi}{2n}};$$



$$\Delta l = \frac{\Delta S}{\sin \frac{\pi}{2n}};$$

$$\Delta S = \frac{H a}{2 E F_{\kappa} \sin \frac{\pi}{2n}};$$

$$\frac{H l}{E F_{\kappa}} = \frac{H a}{2 E F_{\kappa} \sin^2 \frac{\pi}{2n}};$$

$$F_{\kappa} = \frac{2 F_{\kappa} l}{a} \sin^2 \frac{\pi}{2n} = 2 F_{\kappa} \sin \frac{\pi}{2n}, \quad (72)$$

где  $F_{\kappa}$  — площадь поперечного сечения условной затяжки;

$F_{\kappa}$  — площадь поперечного сечения кольца;

$l$  — пролет арки;

$a$  — длина стороны кольца.

Для расчета бесшарнирного ребристого купола, ребра которого жестко закреплены в вершине и в опоре, можно пользоваться выведенными выше формулами.

В этом случае перемещения  $a_{11}, a_{22}, a_{23}, a_{33}, a_{1r}, a_{2r}, a_{3r}$  следует определять для бесшарнирных арок с жестким защемлением в опоре при значениях  $H_1, H_2$  и  $H_r = 0$ .

### ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ЦИКЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Ребристо-кольцевые и сетчатые купола представляют собой многократно статически неопределимые системы, в которых обычным путем весьма трудно определить внутренние усилия. В дальнейшем изложении принято, что купольная система составлена из одинаковых ребер-арок, равномерно распределенных

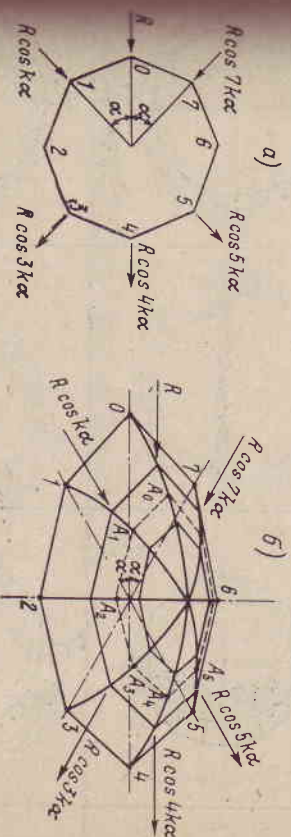


Рис. 23. Схема циклического ребристо-кольцевого купола с указанием разложения радиальных нагрузок  
а — план; б — общий вид

по окружности вокруг вертикальной оси, проходящей через центр купола, не соединенных или соединенных решетчатыми связями, одинакового сечения и однообразно расположенными при обходе купола по окружности. Такую систему мы будем называть циклической, причем цикл повторяется при обходе по окружности через угол; в ребристо-кольцевом куполе он равен углу между осями двух соседних ребер, а в ребристо-кольцевом куполе с решетчатыми связями — углу между осями двух соседних решетчатых связей или при сплошных связях между двумя соседними ребрами.

Рассматривая этот купол в плане (рис. 23) и обозначая через  $\alpha$  наклонный угол, получим  $\alpha = \frac{2\pi}{m}$ . Циклы по осям элементов

пронумеруем от нулевого до  $m-1$  (в примере до 7). Каковы бы ни были внешние силы, действующие на купол, они могут быть разложены каждая на три составляющие: радиальную  $R_r$ , вертикальную  $U_r$  и тангенциальную  $T_r$ . Каждая такая группа сил может быть разложена с достаточной точностью в тригонометрический ряд, подобный ряду Фурье:



Таблица 3

| Внешняя нагрузка | Разложение нагрузки в ряд Фурье                                                               | Гидростатический член | Первый член ряда | Второй член ряда | Суммарная нагрузка |
|------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|------------------|------------------|--------------------|
| 1<br>            | $q(\varphi) = q(0.4 + \frac{\sqrt{2}}{4} \cos \varphi + \frac{2.4}{5} \cos 2\varphi + \dots)$ |                       |                  |                  |                    |
| 2<br>            | $q(\varphi) = q(0.318 + 0.5 \cos \varphi + 0.212 \cos 2\varphi + \dots)$                      |                       |                  |                  |                    |
| 3<br>            | $q(\varphi) = q(0.5 + 0.577 \cos \varphi + 0.217 \cos 3\varphi + \dots)$                      |                       |                  |                  |                    |
| 4<br>            | $q(\varphi) = q(0.5 + 0.577 \cos \varphi + 0.217 \cos 3\varphi + \dots)$                      |                       |                  |                  |                    |

на радиальные и вертикальные силы — по косинусам

$$R_n = R_0 + R_1 \cos n\alpha + R_2 \cos 2n\alpha + \dots + R_k \cos kn\alpha; \quad (73)$$

$$U_n = U_0 + U_1 \cos n\alpha + U_2 \cos 2n\alpha + \dots + U_k \cos kn\alpha, \quad (74)$$

на тангенциальные — по синусам

$$T_n = T_0 + T_1 \sin n\alpha + T_2 \sin 2n\alpha + \dots + T_k \sin kn\alpha, \quad (75)$$

где  $n$  — номер узла;

$k$  — целое число, номер члена разложения.

Разложение действующих нагрузок в тригонометрический ряд Фурье производится по формуле

$$f(\varphi) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \cos k\varphi. \quad (76)$$



Здесь

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) d\varphi; \quad (77)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos \varphi d\varphi; \quad (78)$$

$$a_2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos 2\varphi d\varphi; \quad (79)$$

$$a_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\varphi) \cos m\varphi d\varphi. \quad (80)$$

В табл. 3 приведено разложение наиболее часто встречающихся нагрузок в тригонометрические ряды и показано графически составление для сплошных заданных нагрузок с нагрузками, получающимися при суммировании трех членов разложения.

В графе 1 приведено разложение в ряд несимметричной части ветровой нагрузки; в графе 2 — разложение снеговой нагрузки на половине купола, изменяющейся по закону  $p(\varphi) = p_0 \cos \varphi$  (где  $p_0$  — нормативная снеговая нагрузка); в графе 3 — разложение равномерно распределенной нагрузки постоянной интенсивности на одной половине купола.

Из сопоставления заданной нагрузки с суммарной при трех членах разложения видно, что совпадение здесь достаточно близкое и для практических расчетов можно ограничиться тремя членами разложения. В графе 4 приведены формулы разложения в ряд сосредоточенной узловой нагрузки и дан пример разложения ее для восьмиугольного колыца. В этом случае разложение должно быть произведено исчерпывающе точно для всех членов разложения; при этом ни одним из них нельзя пренебречь.

При рассмотрении решения задачи расчета циклических систем А. И. Сеталь установлен, что при действии радиальных или вертикальных сил  $R \cos k\pi a$  и  $U \cos k\pi a$ , приложенных по оси циклического участка и следующих по окружности по косинусoidalьному закону, или при тангенциальных силах  $T \sin k\pi a$ , следующих по окружности по синусoidalьному закону, те же соотношения имеют место для любых перемещений и внутренних сил. Так, например, при действии радиальных сил  $R \cos k\pi a$  между радиальными перемещениями существует зависимость

$$\delta_n = \delta_0 \cos k\pi a, \quad (81)$$

где  $\delta_n$  — радиальное перемещение элементов, относящихся к  $n$ -му узлу;

$\delta_0$  — то же, относящихся к нулевому узлу.

Аналогично для тангенциальных составляющих перемещений

$$\tau_n = \tau \sin k\pi a, \quad (82)$$

$\tau_n$  — составляющая тангенциального перемещения, относящаяся к  $n$ -му узлу;

$\tau$  — наибольшая по абсолютной величине из тангенциальных составляющих перемещений при  $\sin k\pi a = 1$ .

По этому признаку образуются две группы величин (перемещений и внутренних сил): первая группа носит радиальный характер, а вторая — тангенциальный характер, т. е. изменяется по окружности согласно формуле (82).

Так, для купола, показанного на рис. 23, радиальные смещения точек, лежащих по оси ребер, относящихся к данному циклу, производимые деформации ребер, углы поворота ребер, усилия в ребрах, возникающие моменты и перерезывающие силы в меридиональных плоскостях ребер являются радиальными величинами, т. е. изменяются по закону формулы (81). Тангенциальные смещения точек на оси ребер, углы поворота ребер в тангенциальной плоскости, возникающие моменты, перерезывающие силы и крутящие моменты в той же плоскости следуют тангенциальному характеру, т. е. изменяются по закону формулы (82).

Если статически неопределимая система является циклической, то лишние неизвестные (силы и перемещения) при нагрузках, изменяющихся по косинусoidalьному закону, следуют по окружности формуле (81), а при нагрузках, изменяющихся по синусoidalьному закону, — формуле (82).

Принимая каждую такую группу за одно обобщенное неизвестное, мы приходим к системе с резко пониженным числом неизвестных. Таким путем решение циклической системы может быть сведено к решению нескольких задач с обобщенными силами.

В первой задаче по нулевому члену ряда мы будем иметь дело с осесимметричной нагрузкой

$$R_0, U_0, T_0.$$

По первому члену ряда будем иметь кососимметричную нагрузку, изменяющуюся по окружности по закону

$$R_1 \cos \pi a, U_1 \cos \pi a, T_1 \sin \pi a.$$

По второму и последующим членам нагрузки изменяются по окружности по закону

$$R_k \cos k\pi a, U_k \cos k\pi a, T_k \sin k\pi a.$$

После определения усилий от отдельных видов нагружения по нулевому, первому, второму и последующим членам разложения или установления окончательных усилий достаточно просуммировать полученные усилия от всех членов разложения нагрузки.

Использование изложенного в этой главе приема для расчета циклических систем показано на примерах (см. гл. 5).



**К**онструкция ребристо-кольцевого купола состоит из плоских ребер, установленных в радиальном направлении и соединенных между собой рядом колец, образующих совместно жесткую пространственную систему. Кольца купола, помимо нормальных усилий, возникающих при работе его в целом, могут работать также на местный изгиб как прогоны. В очертанную кривую купола вписывается многоугольник и в конечном счете получается многогранник.

Ребра купола представляют собой сплошные или решетчатые плоские конструкции, соединяющиеся в вершине с помощью специального кольца шарнирно или жестко. Верхнее кольцо должно обладать значительной жесткостью на кручение и изгиб как в плоскости кольца, так и из его плоскости. Промежуточные кольца присоединяют к ребрам жестко или шарнирно, но они обладают жесткостью на изгиб только в своей плоскости.

Для обеспечения устойчивости ребер купола и неизменяемости его в целом, по крайней мере в двух отсеках, должны быть установлены сверху до низа купола жесткие связевые панели. Ребра обычно устраиваются жесткими в вертикальной плоскости и мало жесткими из плоскости. Их жесткость на изгиб и кручение из плоскости может не учитываться, поэтому они могут воспринимать нагрузки, лежащие только в плоскости ребер; боковые нагрузки передаются на конструкцию кровли и жесткие связевые диски. В дальнейшем мы будем рассматривать ребристо-кольцевые купола, представляющие собой циклическую систему.

Для определения усилий в циклическом ребристо-кольцевом куполе с шарнирным соединением ребер в ключе разложим внешние действующие на купол нагрузки в ряд Фурье в соответствии с формулой (76). В дальнейшем будем определять усилия в куполе от воздействия каждого члена разложения.

### Расчет на нагрузку по нулевому члену разложения (осесимметричная нагрузка)

К этой нагрузке относятся собственный вес сооружения и нулевые члены тригонометрического ряда от всех остальных нагрузок.

Расчет на действие осесимметричных нагрузок сводится к расчету плоских арок с условными затяжками-кольцами, каждая из которых полностью воспринимает приходящуюся на ее долю нагрузку, так как силы взаимодействия между арками в ключе равны нулю.

Площадь сечения условной затяжки принимается такой, чтобы упругие деформации ее были равны упругим деформациям кольца в диаметральной направлении от горизонтальных реакций всех ребер. Если кольцо имеет вид многоугольника, то площадь сечения условной затяжки, эквивалентной кольцу по упругим деформациям, согласно формуле (72) будет

$$F_3 = 2F_k \sin \frac{\pi}{2n}.$$

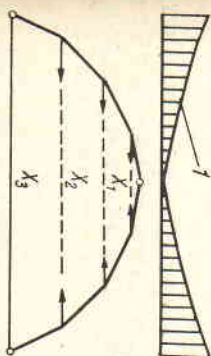


Рис. 24. Расчетная схема купола с условными затяжками при осесимметричной нагрузке  $1$

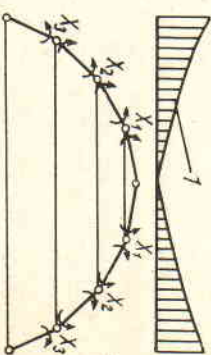


Рис. 25. Расчетная схема ребристо-кольцевого купола со сквозными шарнирами при осесимметричной нагрузке  $1$

В этом случае задача сводится к расчету арки с количеством затяжек, равным количеству колец. Определение лишних неизвестных в условных затяжках может быть произведено путем разрезки всех затяжек, кроме нижней, и затем составлением и решением канонических уравнений (рис. 24).

Следует отметить, что такая основная система резко отличается от фактической. Недостатком ее выбора является необходимость вычисления коэффициентов уравнений с высокой точностью из-за большой разницы в их значениях. Для определения усилий может быть рекомендован другой способ. За основную систему при расчете принимается купол со сквозными шарнирами в местах сопряжения арок с кольцами. Эта система при осесимметричной нагрузке является неизменяемой и близкой к действительной. В данном случае расчет сводится к определению лишних неизвестных изгибающих моментов в арках, в местах сопряжения их с кольцами-затяжками (рис. 25).

Получаемые уравнения упругости при выборе такой системы сравнительно легко и быстро решаются методом последовательных приближений.



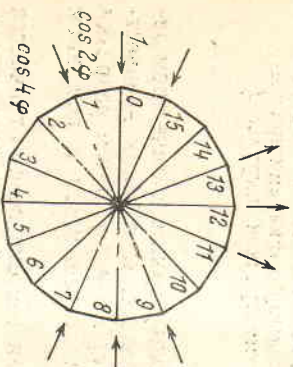
## Расчет циклического ребристо-кольцевого купола с шарнирным соединением ребер в ключе на нагрузку первого члена (нососимметричная нагрузка) $\cos \varphi$

При действии этой нагрузки все кольца свободно перемещаются совместно с ребрами и, следовательно, в кольцах не возникает усилий.

В этом случае расчет элементов купола сводится к расчету арок, каждая из которых находится под воздействием своей кососимметричной нагрузки. Максимальная нагрузка, а следовательно, и максимальные усилия появляются в арке, где  $\varphi = 0$  и  $\cos \varphi = 1$ . Расчетная схема представляет собой трехшарнирную арку.

## Расчет циклического ребристо-кольцевого купола с шарнирным соединением ребер в ключе на нагрузку второго члена разложения, пропорциональную $\cos 2\varphi$

При шарнирном присоединении элементов кольца к ребрам усилия в элементах промежуточных колец равны нулю, поэтому от нагрузки, пропорциональной  $\cos 2\varphi$ , ребра рассчитывают как арки с нижней условной затяжкой (рис. 26).



(рис. 26).

При жестком присоединении колец к ребрам, если учесть, что жесткостью ребер на изгиб из плоскости и кручением можно пренебречь, общая картина распределения усилий будет близкой к такой же, как и при шарнирном присоединении колец к ребрам.

В силу изложенного в большинстве встречающихся на практике случаев нагрузки, пропорциональной  $\cos 2\varphi$ , даже при неравных кольцах ребра купола можно рассчитывать как отдельные арки с нижней затяжкой или неподвижной опорой.

Если необходимо учесть работу на изгиб промежуточных колец при действии нагрузки, изменяющейся пропорционально  $\cos 2\varphi$ , следует найти изменение величины диаметра промежуточных колец под действием нагрузки, изменяющейся пропорционально  $\cos 2\varphi$ , после чего можно определить сечение эквивалентных затяжек и рассчитать арку с условными затяжками [2].

При нагружении купола нагрузкой по второму члену разложения в результате взаимодействия между арками купола в ключе возникает вертикальная реактивная сила, как в арке с неподвижной опорой.

## Рекомендации по конструированию ребристых и ребристо-кольцевых куполов

Ребра ребристых и ребристо-кольцевых сборных железобетонных куполов работают на внецентренное сжатие с небольшими изгибающими моментами. Для лучшего использования материала, учитывая необходимость обеспечения устойчивости ребер в плоскости купола, поперечное сечение их рекомендуется выполнять двутавровым, армированным сварными каркасами и сетками. Опорное кольцо куполов целесообразно делать многоугольным в плане и квадратным или прямоугольным в поперечном сечении со средним углом для опирания ребер. Все промежуточные кольца рекомендуется располагать таким образом, чтобы главная ось поперечного сечения была направлена по радиусу, и выполнять их квадратного или прямоугольного поперечного сечения.

Для обеспечения устойчивости ребристо-кольцевого купола, по крайней мере в двух диаметральных направлениях, должны быть предусмотрены жесткие связи, проходящие от верха до низа купола. В случае необходимости утепления кровли купола по ребрам и кольцам могут быть уложены легкие пенобетонные или другие плиты. Для неотопливаемых зданий возможна установка деревянных прогонов, опирающихся на ребра купола, по которым устраивается обрешетка и покрытие кровельным железом. Верхнее опорное кольцо купола должно быть выполнено жестким, так как оно работает на изгиб и кручение. Сопряжение ребер с верхним и нижним кольцами также рекомендуется жесткое. Опирание промежуточных колец может быть либо жестким, либо шарнирным. Опорные кольца следует располагать на цилиндрических катках, направленных вдоль радиусов круга таким образом, чтобы обеспечивались свободные радиальные перемещения и не допускались тангенциальные.

В случае выполнения таких куполов в стальных конструкциях ребра обычно делаются в виде прокатных или сварных двутавров. Промежуточные кольца, учитывая, что усилия в них обычно, невелики и сечения их подбираются по конструктивным соображениям, целесообразно выполнять закрытого сечения. Нижнее опорное кольцо обычно принимается двутаврового коробчатого или крестового сечения. Верхнее кольцо, работающее на внецентренное сжатие и кручение, должно быть принято жестким на изгиб и кручение.



РЕБРИСТО-КОЛЬЦЕВЫЕ КУПОЛА  
С РЕШЕТЧАТЫМИ СВЯЗЯМИ

Купола с решетчатыми связями образуются многогранниками, вписанными в поверхность вращения, и состоят из меридиональных ребер и колец, между которыми располагаются решетчатые связи, уменьшая при этом усилия в ребрах и кольцах, что способствует появлению многочисленных слабобортающих элементов решетки со сложными узлами сопряжений в местах перелома граней купола.

Многогранники таких куполов весьма разнообразны.

Снизу купола завершаются нижним растянутым опорным кольцом, воспринимающим распор купола. Сверху купол обычно срезается горизонтальной плоскостью и имеет верхнее кольцо, к которому присоединяются все ребра; часто это кольцо поддерживает световой фонарь в центре купола.

Рибристо-кольцевые купола с решетчатыми связями могут выполняться по двум схемам:

1) ребра соединяются между собой парно решеткой так, что через один сектор проходят только кольца без связей;

2) решетчатые связи устраиваются непрерывными во всех секторах.

Приведем несколько примеров ребристо-кольцевых куполов с пространственными связями.

Купольное покрытие над зданием высоковольтного испытательного центра (рис. 27 и 28) представляет собой цилиндр диаметром 227 м, высотой 69 м, покрытый куполом того же диаметра. Площадь пола здания 41 300 м<sup>2</sup>, строительный объем 3 487 000 м<sup>3</sup>, поверхность кровли 43 550 м<sup>2</sup>, поверхность стен 49 800 м<sup>2</sup>.

Несущий каркас здания выполнен в стальных конструкциях. Каркас цилиндрической части состоит из 60 равномерно-расположенных по периметру здания решетчатых колонн с шагом 12 м. Колонны соединяются между собой пространственными кольцами, располагаемыми через 12 м по высоте (первое кольцо устанавливается на расстоянии 18 м от пола), и вертикальными связями, устанавливаемыми в каждом шаге колонн. Колонны состоят из двух ветвей двутаврового сечения высотой 600 мм, соединенных между собой решеткой из прокатных уголков. Расстояние между осями ветвей в радиальном направлении 2,5 м. Колонны прикрепляются

к фундаментам жестко с помощью башмака и анкерных болтов. Кольца, соединяющие колонны между собой, решетчатые двухветвенные по ветвям колонн.

Расчетный диаметр купола 227 м, стрела подъема 32,5 м. Купол решен в виде многогранника, вписанного в шаровую поверхность, и представляет собой ребристо-кольцевую систему с пространственными связями.

Примыкание купола к цилиндрической части выполнено шарово-неподвижным.

Радиальные ребра купольного покрытия решетчатые высотой 3 м, которая обусловлена необходимостью установки устройств для подъема грузов. К несущим конструкциям ребер в 77 местах подвешиваются грузоподъемные устройства, рассчитанные на вес до 5 т, а в четырех местах — до 30 т.

Для обслуживания указанных устройств предусматриваются пешеходные галереи и площадки.

Нижнее опорное кольцо купола выполнено в виде решетчатой фермы, поясами которой являются два сварных двутавра. Промежуточные кольца купола запроектированы высотой 3 м в виде плоских ферм из прокатных уголков тавром.

Для конструкций колонн, ребер купола, опорных и некоторых промежуточных колец используются стали марки 10 ХСНД, остальные конструкции изготовляются из стали марки ВмСт3сп.

Равномерно по периметру здания располагаются шесть лифтов и лестниц.

В качестве несущего элемента кровли приняты комплексные панели шириной 3 м, опирающиеся на ребра купола, состоящие из профноов, к которым с помощью самонарезных болтов прикрепляется стальной профилированный настил. К настилу паровым давлением приклеиваются тепло-паро-гидроизоляционные блоки из перлитопенополистирола с масляной кровлей.

Принятое решение потребовало следующего расхода стали (в т):

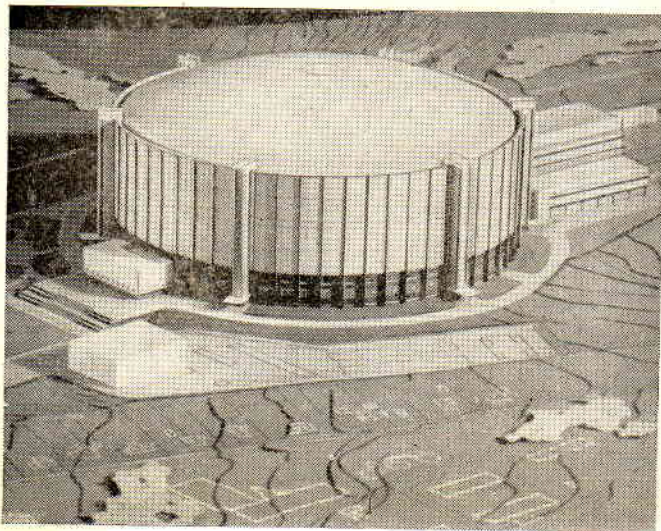
|                                 |       |
|---------------------------------|-------|
| собственно купол                | 3570  |
| цилиндрическая часть            | 3130  |
| панели покрытия, включая настил | 1175  |
| прочие конструкции              | 3360  |
| Итого                           | 11235 |

Для обеспечения гигиенических условий в здании, исключаяющих появление пыли и неравномерное движение воздуха внутри помещений, предусматриваются внутренние ограждающие стены и подвесной потолок. Ограждающие стены выполняются в виде предварительно напряженных стальных листов толщиной 0,8 мм, привозимых в рулонах, раскатываемых и направляемых на месте установки. Подвесной потолок решен в виде фахверка, по которому устанавливаются плоские армоцементные плиты толщиной 10 мм, размещаемые в плане 1 × 1 м.

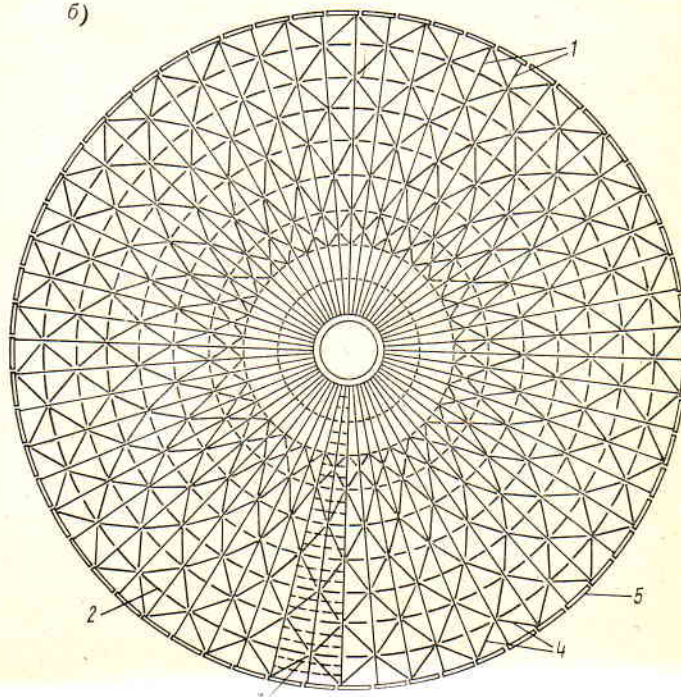
Площадки в главном здании, располагаемые по колоннам, используются для лабораторных и технологических помещений,



a)



б)



в)

г)

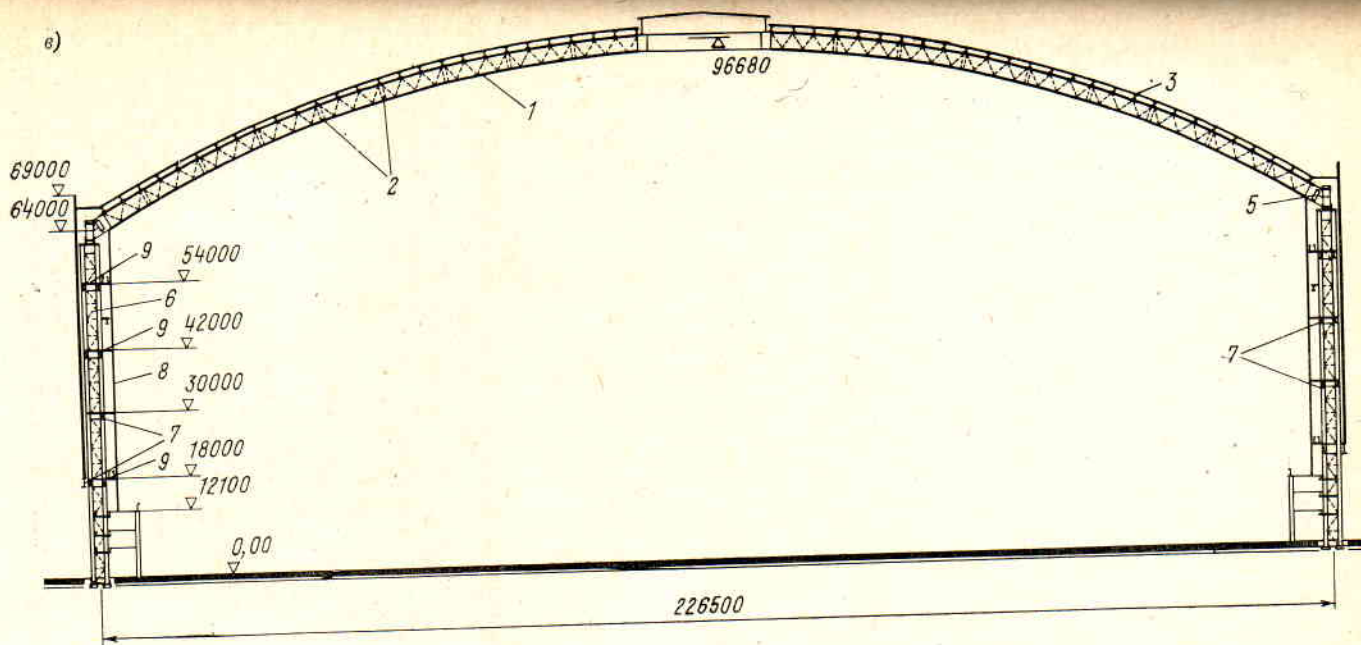


Рис. 27. Купольное покрытие над зданием высоковольтного испытательного центра  
 а — общий вид; б — схема несущих конструкций купола (план); в — поперечный разрез: 1 — ребра купола, 2 — промежуточные кольца, 3 — опорное кольцо, 4 — колонна, 5 — кольца по колоннам, 6 — внутренняя прогоны, 7 — связи в уровне верхнего и нижнего поясов, 8 — ограждающая стена, 9 — площадки по колоннам



помещений для установки лебедок, обслуживающих подъемно-транспортное оборудование, и помещений, в которых размещаются прожекторы для освещения зала.

Фундаменты колонн главного корпуса выполняются на сваях. Отметка верха подколонников фундамента располагается на отметке 1,55 м ниже уровня пола. Башмаки колонн устанавливаются на подливке толщиной 50 мм.

По куполу принята обремененная конструкция покрытия.

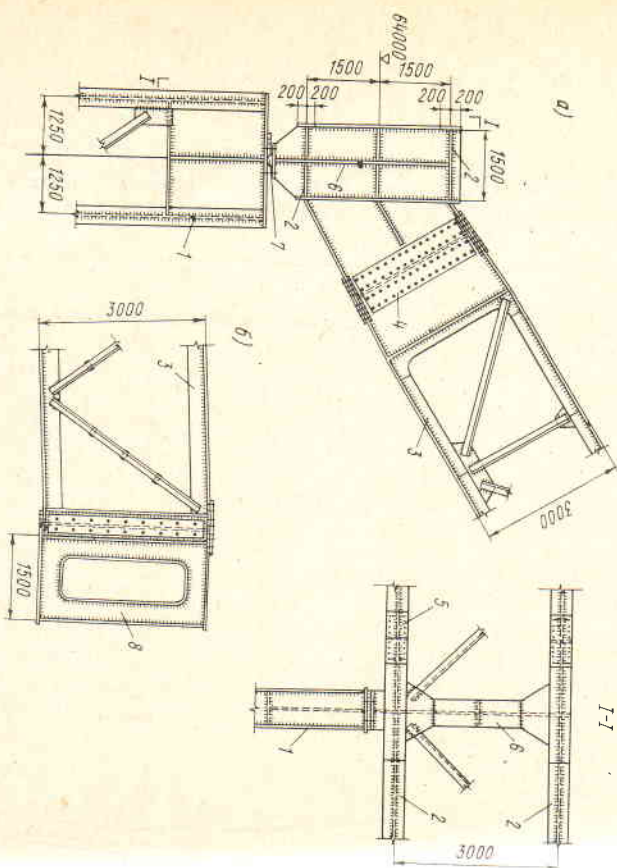


Рис. 28. Узлы сопряжения элементов купола над зданием высоководящего испытательного центра  
а — с цилиндрической частью; б — с верхним кольцом; 1 — колонна; 2 — опорное кольцо купола; 3 — ребро купола; 4 — сток ребра купола; 5 — сток опорного кольца; 6 — опорная стойка; 7 — тангенциальная опора; 8 — верхнее опорное кольцо

По профилированному настилу наклеивается паронепроницающий из одного слоя рубероида на битумной мастике, затем укладываются плиты из самозатухающего перлитопенополистирола толщиной 50 мм, по перлитопенополистиролу укладывается подстилающий слой рубероида, а по нему устраивается кровля из четырех слоев резиновой мастики, армированной двумя слоями стеклоткани. Снаружи кровля защищается окраской лаком АЛ-177 светлого алюминиевого тона.

Наружные стеновые ограждения выполняются из облицованных керамзитобетонных панелей размером 3 × 12 м, толщиной 240 мм. На высоте 18 м от пола панели навесные с горизонтальной разрез-

кой, выше стены решены с вертикальной разрезкой самонесущими, обрешеченными на стальные балки. Вертикальные швы стен перекрываются алюминиевыми накладками.

При проектировании этого сооружения использовались традиционные материалы, за исключением несущих стальных конструкций, выполненных из отдельных плоских элементов, образующих в итоге пространственную оболочку. При расчете оболочки купола были приняты, учитывая уникальность сооружения, следующие коэффициенты перегрузки: для постоянных нагрузок — 1,2; для снеговой нагрузки — 1,6; для ветровой — 1,3.

Конструкции рассчитывались по специально разработанному в Ленпромстройпроекте методу на осесимметричное нагружение от собственного веса и снеговой нагрузки, а также на несимметричные нагружения снеговой нагрузкой, ветровой, сосредоточенными грузами от оборудования подвесных грузов и др. Для расчетов на несимметричные нагрузки они были разложены в тригонометрический ряд Фурье. Расчетная схема купола принята в виде ребристо-кольцевой системы со связями. При расчете была использована методика, применяемая для расчета строго циклических систем. Весь расчет конструкций произведен на ЭВМ по специально разработанной программе. Учет пространственной работы всего сооружения позволил значительно снизить расход стали на несущие конструкции.

Монтаж этого сооружения предусмотрен в следующем порядке (рис. 29). Колонны устанавливаются до полной их высоты — 64 м и устанавливаются в проектное положение с временными расчалками. Затем монтируются элементы промежуточных колец между колоннами, опорное кольцо на отметке 64 м и связи между колоннами. После окончательной выверки геометрического положения колонн, колец и связей устанавливаются монтажные стойки и прогоны по ним. Затем укрупняются элементы первого яруса купольной части, состоящей из ребер, колец и связей шириной 12 м понизу и длиной 48 м. Вес такого элемента 54 т.

По окончании монтажа первого яруса купола башенные краны переводятся с кольцевого пути на траверсные в средней части здания, где монтируются укрупненные блоки второго яруса купола. После этого устанавливаются кольца и связи в промежутках между блоками. Монтажные блоки купола монтируются без конструкций потолка и кровли для уменьшения влияния ветра и осадков.

Монтаж настилов кровельного покрытия и щитов подвесного потолка ведется раздельно. Сначала монтируется кровельное покрытие, а затем под его защитой подвесной потолок.

Вес конструкций монтажных стоек прогонов и связей составляет 850 т. Для монтажа стоек и купола используются башенные краны БК-1425 В.

Монтаж кровельных панелей и подвесного потолка выполняется с помощью тросовых дорожек, закрепленных в центре. Продолжительность строительства 30 месяцев.



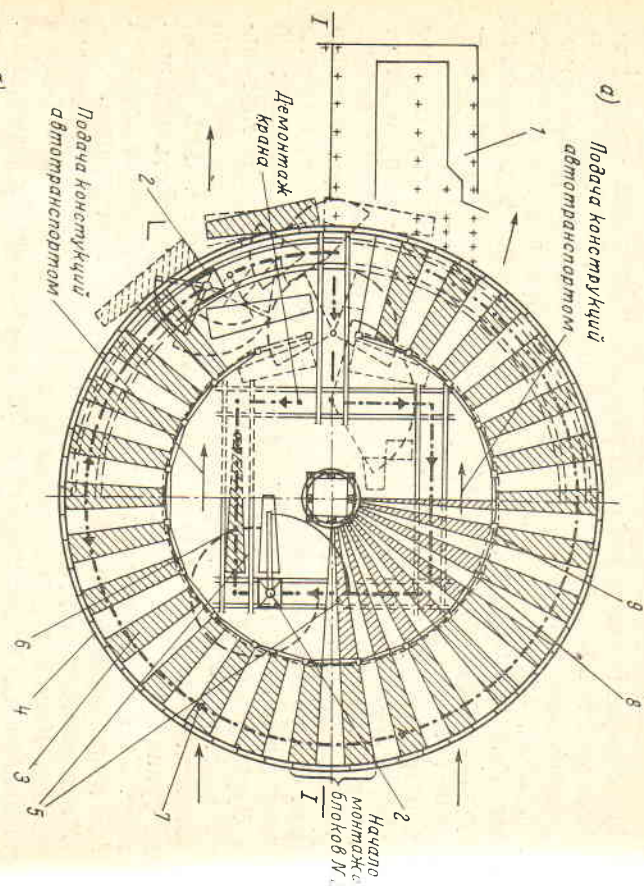


Рис. 29. Схема монтажа конструирующей купола над зданием высоковольтного испытательного центра

а — план; б — разрез; 1 — участок подготовки и сборки; 2 — башенный кран БК-1425 В; 3 — монтажный блок № 2; 4 — монтажный блок № 1 (наружное опорное кольцо); 5 — монтажный блок № 3; 6 — место монтажа кранов; 7 — прохода крана БК-1425 В; 8 — монтажная стойка; 9 — монтажный прогон; 10 — грузоподъемный кран; 11 — монтажная мачта; 12 — пневмоколесный кран на укрупнительной сборке конструкции

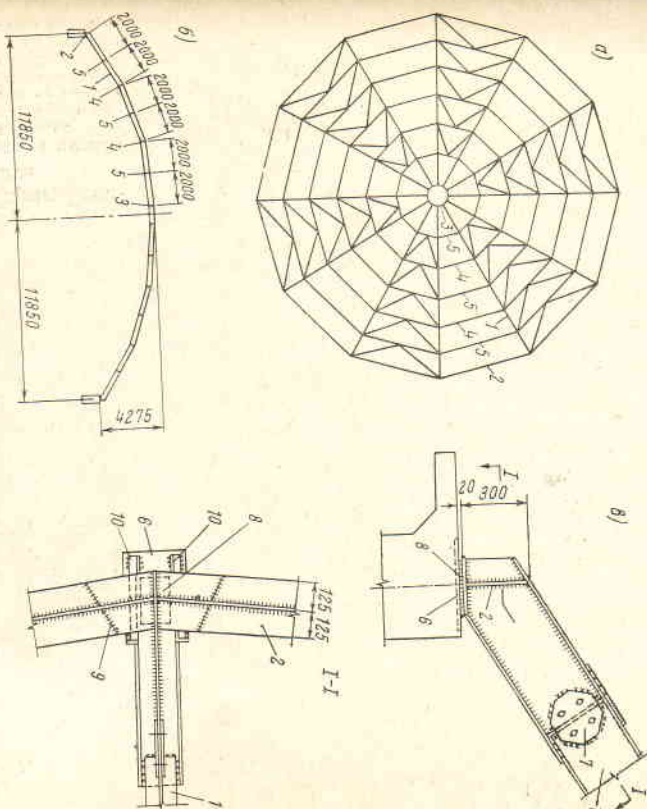


Рис. 30. Купол над зданием склада сушеного концентрата Лисаковского горнообогатительного комбината

а — план; б — разрез; в — деталь опорного узла; 1 — ребро купола; 2 — опорное кольцо; 3 — верхнее кольцо; 4 — промежуточное кольцо; 5 — прогон; 6 — закладной лист в железобетонной стенке резервуара; 7 — стыковая накладка ребра; 8 — центрирующая прокладка; 9 — стыковая шов кольца; 10 — упоры, устанавливаемые после монтажа купола

Купольное покрытие над складом сушеного концентрата Лисаковского горнообогатительного комбината (рис. 30) выполнено в виде ребристо-кольцевого купола со сферическими связями, устанавливаемыми через сектор. Оно опирается на стенки круглого цилиндрического резервуара. Купол очерчен в виде многогранника, вписанного в сферическую поверх-

ность, диаметр его 24 м, стрела подъема 4,3 м. Двенадцать радиальных ребер опираются внизу на железобетонную стенку резервуара через нижнее опорное кольцо, а сверху на центральное кольцо. Ребра выполнены из прокатного двутавра № 30. Нижнее опорное кольцо сварное из трех листов. В местах перегиба ребер установлены промежуточные кольца из прокатных двутавров, которые служат одновременно прогнами кровли. Между кольцами имеются дополнительные прогоны. Связи из прокатных уголков. Верхнее кольцо сварное двутавровое из трех листов. Купол опирается на железобетонный резервуар через стальные пластины и поверхности которых натерты графитом.



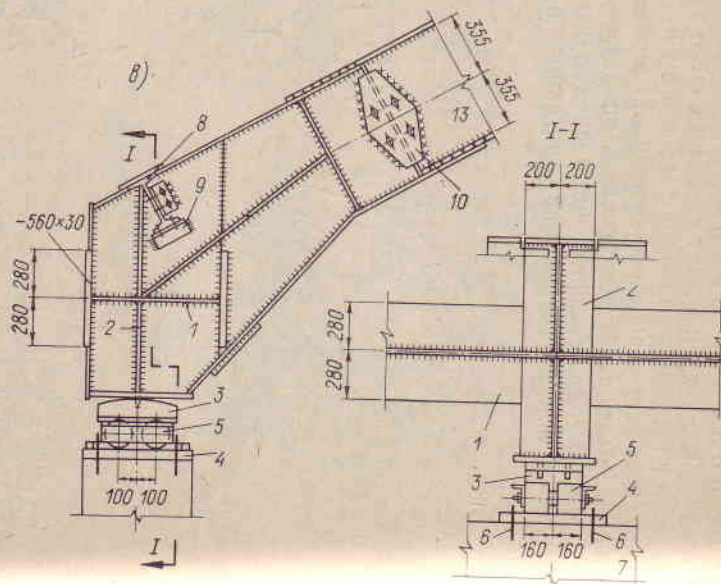
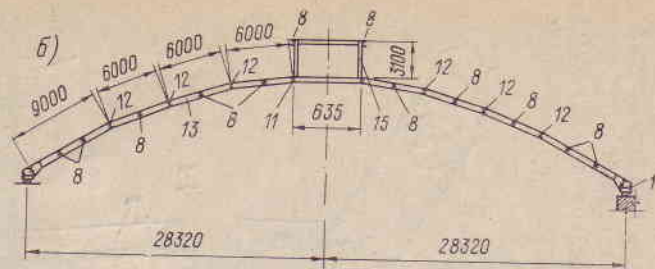
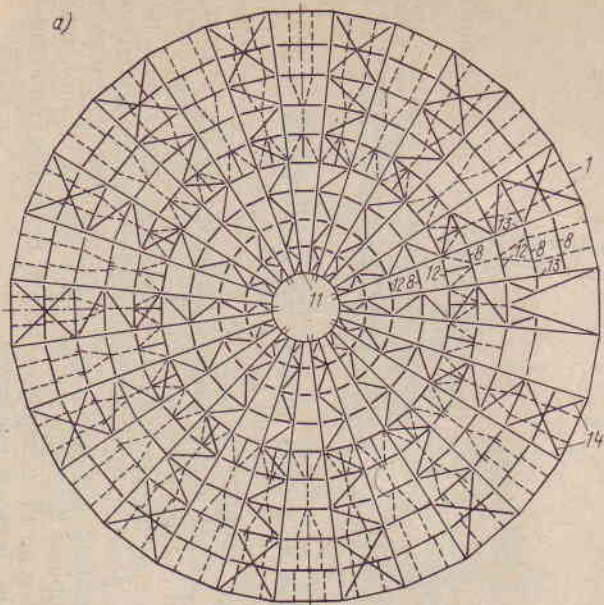
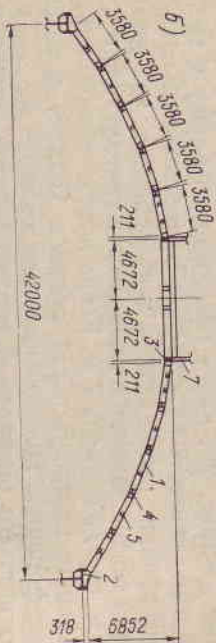
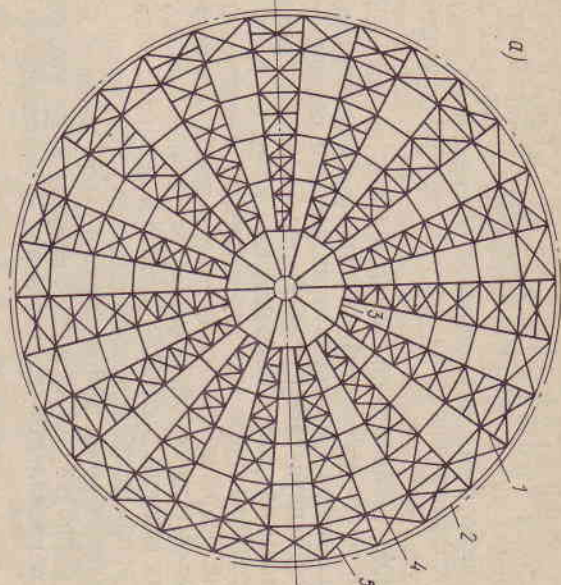


Рис. 31. Купол над корпусом сгущения Карагайлинского горнообогатительного комбината

а — план; б — поперечный разрез; г — узел опирания купола на нижнюю конструкцию; 1 — нижнее опорное кольцо; 2 — опорная стойка ребра; 3 — верхняя опорная подушка; 4 — нижняя опорная подушка; 5 — цилиндрические катки; 6 — анкерные болты; 7 — железобетонная опорная подушка; 8 — прогоны; 9 — уголок для крепления прогона; 10 — стыковая накладка стенки ребра; 11 — верхнее кольцо; 12 — промежуточные кольца; 13 — ребра купола; 14 — связи; 15 — стойка фонаря



б)

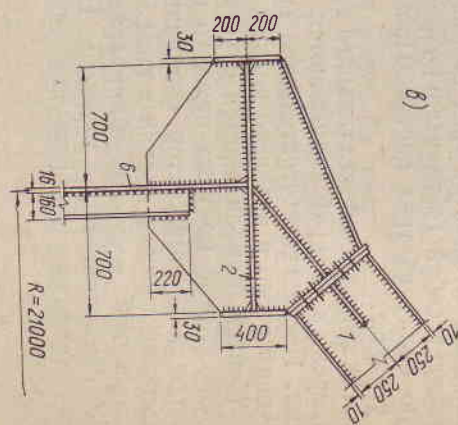


Рис. 32. Купол над резервным складом глинозема Новокузнецкого авт. минерального завода

а — план; б — поперечный разрез; г — узел опирания купола на стальной резервуар; 1 — ребра купола; 2 — нижнее опорное кольцо; 3 — верхнее опорное кольцо; 4 — промежуточные кольца; 5 — связи; 6 — стенки резервуара; 7 — стойки фонаря



Купольное покрытие над корпусом ступеней Каратайлинского горнообогатительного комбината (рис. 31) представляет собой ребристо-кольцевой купол; диаметр его 56, 64 м, стрела подъема 10 м. Давать восемь ребер двугривового сечения опираются внизу на опорное кольцо и в ключе на верхнее кольцо двугривового сечения.

Купол представляет собой многоранник, вписанный в сферу. В местах перехода ребра соединяются промежуточными кольцами.

Для обеспечения жесткости и из условий секторного монтажа купола каждая пара ребер соединяется системой связей. Железобетонные плиты покрытия опираются на кольца и дополнительные прогоны, установленные между кольцами. Помимо кровельного покрытия, на ребра купола опирается переход, соединяющий здание ступеней с насосной, что требует значительного увеличения в этих местах сечения элементов купола и опорного кольца.

Нижнее опорное кольцо воспринимает горизонтальную составляющую давления ребер и представляет собой жесткий многоугольник. Через опорную стойку купол опирается на катковые опоры, подвижные в радиальном направлении и неподвижные в тангенциальном.

Купольное покрытие над резервным складом глинозема Новокузнецкого алюминиевого завода (рис. 32) имеет сферическую форму и выполнено в виде ребристо-кольцевого купола с пространными связями, соединяющими попарно ребра купола таким образом, что связи оказываются через сектор. Данное в плане имеет круглую форму; диаметр купола 42 м, стрела подъема 7 м. Ребра купола внизу опираются на стенку стального цилиндра через опорное кольцо, а в ключе на центральное фанерное кольцо диаметром около 9 м.

Помимо нижнего опорного и верхнего колец, имеются четыре промежуточных кольца. Тридцать ребер купола двугривового сечения образуются из трех сварных листов. Опорное кольцо представляет собой горизонтально расположенную двугривовую сварную балку из трех листов. Промежуточные кольца из швеллера с уголком.

На купол, помимо стального мембранного покрытия, опирается галерея, в которой размещаются транспортные устройства глинозема. Последнее обстоятельство вызвало значительное увеличение сечений ребер и опорного кольца.

Монтаж купола ведется с устройством временной центральной башни. После монтажа нижнего опорного кольца краном монтируется спаренный сектор, состоящий из двух ребер промежуточных колец, прогонов и кровли в виде мембраны толщиной 3 мм. После установки на место ребра привариваются к верхнему кольцу и болтами прикрепляются к нижнему. После этого монтируются остальные металлические конструкции, расположенные между связевыми секторами.

## Ребристо-кольцевые купола с решетчатыми связями через сектор

Конструкция купола из плоских ребер-арок, устанавливаемых в радиальном направлении, и ряда колец, опоясывающих купол, ребра между собой соединяются попарно решеткой (рис. 33).

Ребра и кольца купола представляют собой сложенные или решетчатые плоские конструкции. В вершине купола все ребра присоединяются жестко к верхнему кольцу. Верхнее кольцо проектируется жестким на изгиб и кручение. Для повышения его жесткости две пары ребер, каждая из которых расположена в диаметральной плоскости, продолжались в кольцо.

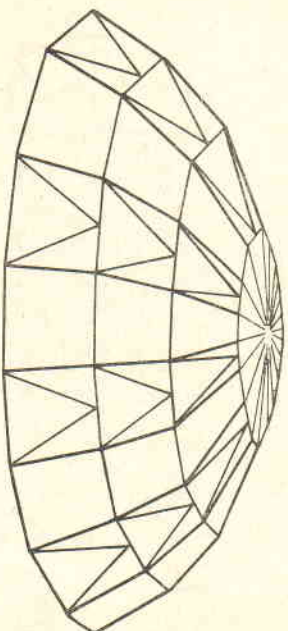


Рис. 33. Схема ребристо-кольцевого купола со сферической решетчатой через сектор

Ребра конструируются таким образом, чтобы они могли воспринимать нагрузки, направленные только в своей плоскости, и неспособны были воспринимать нагрузки, перпендикулярные плоскости, ввиду малой жесткости их в этом направлении.

Решетчатые связи являются жесткими дисками, способными воспринимать нагрузки, действующие перпендикулярно плоскости основных ребер, и неспособными воспринимать нагрузки, действующие в плоскости ребер. Если в какой-либо точке ребра действуют силы, не лежащие в его плоскости, то в этой точке должны появиться сжатия или растяжения в его плоскости, то к этой точке должны примыкать стержни решетчатой связи, уравновешивающей составляющую внешней нагрузки по направлению связи. Если эти силы приложены между точками примыкания решетчатой связи, то на этом участке ребро должно быть способно воспринимать изгибающий момент из своей плоскости пролетом, равный длине панели решетчатой связи. Решетчатые связи удобно располагать в плоскости верхних поясов ребер; верхний пояс ребра является одновременно элементом решетчатой связи. Кольца должны опоясывать весь купол и не могут прерываться; они обычно являются также главными или подстропильными прогонами и используются как элементы решетчатой связи. Таким образом, кольца работают на изгиб в своей



плоскости от нагрузки, приходящейся на них от прогонов или промежуточных ребер, а также на нормальные усилия, возникающие в них при общей работе купола. Присоединение кольца к ребрам может быть либо жестким, либо шарнирным, однако при расчете купола присоединение может быть принято шарнирным ввиду малой жесткости ребер из плоскости.

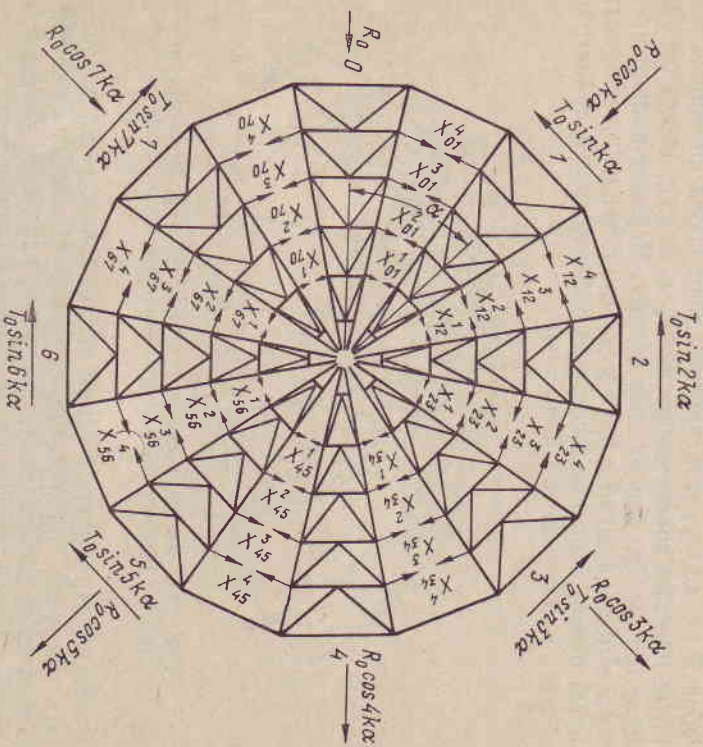


Рис. 34. Основная система купола с указанием лишних неизвестных усилий в перерезанных кольцах и внешней нагрузки по первому члену разложения

Нижнее опорное кольцо обычно конструируется в виде многоугольника с жесткими узлами в местах примыкания ребер. В местах переломов оно опирается на подвижные опоры, которые допускают свободные радиальные перемещения, не допуская при этом тангенциальных.

Статический расчет купола (общие соображения). Описанная купольная конструкция представляет собой многократно статически неопределимую систему, в которой обычным путем весьма трудно определить внутренние усилия.

В дальнейшем изложении принято, что купольная система является циклической; ребра купола соединены парно решетчатыми связями одинакового сечения и одинаково расположены

при обходе купола по окружности через угол между осями двух соседних решетчатых связей.

Присоединение колец к ребрам, а также присоединение решетчатых связей к ребрам и кольцам принимаются шарнирными. Таким образом, все промежуточные кольца представляют собой шарнирные многоугольники. Верхнее и нижнее кольца выполняются жесткими.

Рассматривая этот купол в плане, обозначим через  $\alpha$  центральный угол между осями двух смежных сферических связей  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ . Циклы по осям решетчатых связей пронумеруем от 0 до  $n-1$  (на рис. 34 до 7).

К решению задачи об определении лишних неизвестных в ребристо-кольцевом куполе со сферической решеткой применим методу, описанному в гл. 3.

Осесимметричные нагрузки на купол (нулевой член разложения). В этом случае усилия в решетке равны нулю. Усилия в каждом кольце постоянно по всему его периметру. Горизонтальное перемещение верхушки купола равно нулю. Таким образом, система представляет собой ряд арок, соединенных кольцами-затяжками. Тогда для определения усилий в кольцах можно написать столько уравнений упругости, сколько имеется затяжек.

Это решение не отличается от решений для ребристо-кольцевого купола без связей, приведенного в гл. 4.

Нагрузки на части купола. Как уже было указано в гл. 3, каждая сила или группа сил может быть с любой степенью точности разложена в тригонометрический ряд по формулам (73) — (75).

Решение циклической системы распадается на несколько задач. Нулевой член разложения представляет собой случай полной круговой симметрии нагрузки. В этом случае усилия в связях равны нулю и внутренние усилия от этого члена определяются, как для ребристо-кольцевого купола. Первый член представляет собой косинусоидальную нагрузку, изменяющуюся по косинусоидальному закону, а второй и последующие члены — уравновешенные по кольцевому сечению нагрузки, при которых горизонтальное смещение оси купола равно нулю.

Расчет купола на нагрузку по  $k$ -му члену тригонометрического ряда производим методом сил. В качестве неизвестных принимаем разобобщенные усилия в кольцах, которые в каждом кольце при заданных нагрузках, выражающихся членами тригонометрического ряда, изменяются по определенному закону.

В качестве основной системы принимаем купол с перерезанными в свободных от связей участках кольцами. В основной системе строим эпюры изгибающих моментов и нормальных сил в ребрах и нормальных усилий в решетках связей от единичного обобщенного усилия в каждом кольце и от действующей внешней нагрузки.



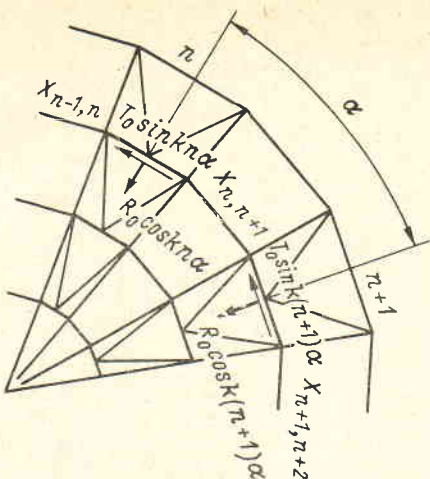
После определения величин изгибающих моментов и нормальных сил в основной системе вычисляем значения соответствующих перемещений, затем составляем канонические уравнения метода сил, из которых и определяем лишние неизвестные усилия в кольцах. Уравнения упругости можно составить столько, сколько имеется промежуточных колец. Для верхнего кольца, в котором сопрягаются все ребра, уравнения не составляются и условно считается, что ребра соединяются друг с другом в вершине купола шарнирно.

Расчет купола по каждому члену разложения имеет свои особенности, поэтому будем рассматривать решения для каждого члена отдельно.

Значения усилий в каждом кольце по окружности в свободных от связей секторах связаны определенной зависимостью (рис. 34). Для получения этой зависимости выделим кольцевой стержень на участке купола между узлами  $n$ ,  $n+1$  и напишем для него условия равновесия в соответствии с циклической теорией.

Показанные на рис. 35 силы  $R$  и  $T$  — это суммированные воздействия на кольцо со стороны внешних сил и усилий в отброшенных (перезначенных) стержнях, подчиняющиеся косинусоидальному и синусоидальному законам. Разложив каждую из этих сил по двум направлениям и составив уравнение равновесия сил, идущих вдоль стержня  $X_{n,n+1}$ , получим:

Рис. 35. Расчетная схема купола для определения зависимости между усилиями в кольце по окружности



$$X_{n,n+1} = \frac{R \cos n\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{T \sin n\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{R \cos (n+1)\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{T \sin (n+1)\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}};$$

$$[R \cos n\alpha - R \cos (n+1)\alpha] \cos \frac{\alpha}{2} = [T \sin n\alpha + T \sin (n+1)\alpha] \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$R \cdot 2 \sin (n+0,5) \alpha \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = T \cdot 2 \sin (n+0,5) \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$R = T; \quad (83)$$

$$X_{n,n+1} = \frac{R \cos n\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{T \sin n\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{R \left( \cos n\alpha \cos \frac{\alpha}{2} - \sin n\alpha \sin \frac{\alpha}{2} \right)}{\sin \alpha} = \frac{R \cos (n+0,5)\alpha}{\sin \alpha};$$

$$X_{n,n+1} = X_{01} \frac{\cos (n+0,5)\alpha}{\cos 0,5\alpha}; \quad (84)$$

$$X_{n,n+1} = \frac{R \cos kn\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{T \sin kn\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{R \cos k(n+1)\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{T \sin k(n+1)\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}};$$

$$[R \cos kn\alpha - R \cos (n+1)k\alpha] \cos \frac{\alpha}{2} = [T \sin kn\alpha + T \sin (n+1)k\alpha] \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$R \cdot 2 \sin (n+0,5)k\alpha \sin \frac{k\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = T \cdot 2 \sin (n+0,5)k\alpha \cos \frac{k\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$T = \frac{R \sin \frac{k\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{k\alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}} = R \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{k\alpha}{2}; \quad (85)$$

$$X_{n,n+1} = \frac{R \cos kn\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{R \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{k\alpha}{2} \sin kn\alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{R \cos kn\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{R \cos kn\alpha \cos 0,5k\alpha - \sin kn\alpha \sin 0,5k\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos 0,5k\alpha} =$$

$$= \frac{R \cos (kn\alpha + 0,5k\alpha)}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos 0,5k\alpha} = \frac{R \cos \frac{\alpha}{2} \cos (n+0,5)k\alpha}{\sin \alpha \cos 0,5k\alpha} = A \cos (n+0,5)k\alpha,$$

$$\text{где } A = \frac{R \cos 0,5\alpha}{\sin \alpha \cos 0,5k\alpha}.$$



Таким образом, при любом  $k$

$$X_{n, n+1} = A \cos(n + 0,5) k\alpha. \quad (86)$$

Это и есть закон изменения усилий по кольцу вдоль окружности. Тогда можем построить эпюры усилий  $M$  и  $N$  для принятой осевой системы от внешней нагрузки и усилий в кольцах, изменяющихся согласно полученной выше зависимости, при  $A = 1$ .

Построение эпюр  $M$  и  $N$  от внешней нагрузки. Прикладываем нагрузку к спаренным полугаркам, соединенным связями. В дальнейшем усилия определяются в одной полугарке.

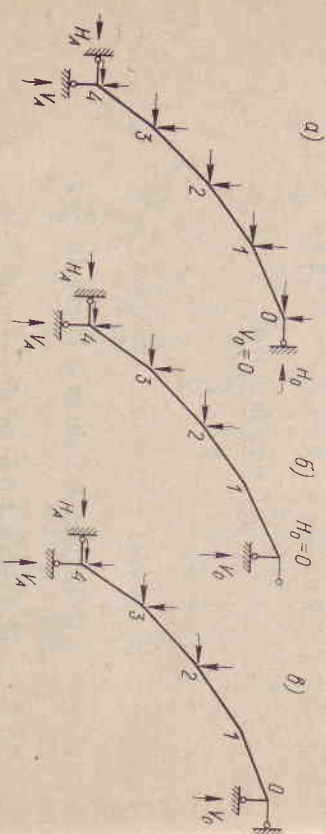


Рис. 36. Расчетные схемы полугарок в основной системе при различных нагружениях

При действии осесимметричной нагрузки по нулевому члену разложения верхняя точка может иметь свободное вертикальное перемещение,  $V_0 = 0$ . Система статически определима (рис. 36, а). При действии кососимметричной нагрузки по первому члену разложения верхняя точка имеет свободное горизонтальное перемещение,  $H_0 = 0$ . Система статически определима (рис. 36, б).

При действии нагрузки по второму и последующим членам разложения верхняя точка арки неподвижна и для определения усилий от внешней нагрузки рассматривается двухшарнирная один раз статически неопределимая система (рис. 36, в).

Построение эпюр  $M$  и  $N$  в основной системе от единичной линейной неизвестной. Прикладываем к основной системе силы в разрезанных кольцах при  $A = 1$ . Значения этих усилий

$$X_{n, n+1} = \cos(n + 0,5) k\alpha.$$

Система сил  $X_{n, n+1}$  может быть заменена двумя системами сил —  $R$  (радиальных) и  $T$  (тангенциальных).

$$R_n = R_0 \cos kn\alpha; \quad T_n = T_0 \sin kn\alpha.$$

Максимальные значения  $R_0$  и  $T_0$  при нагрузке, соответствующей  $A = 1$  (рис. 37), будут

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= 2X_{01} \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{k\alpha}{2}; \\ T_0 &= R_0 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{k\alpha}{2} = 2 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \frac{k\alpha}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

Определяем усилия в полугарках от тангенциальных нагрузок  $T = T_0 \sin kn\alpha$  и радиальных нагрузок  $R = R_0 \cos kn\alpha$ .

При  $k = 0$  нагрузка осесимметрична. Тангенциальная нагрузка отсутствует. Усилия в решетке равно нулю. Усилия от нагрузки

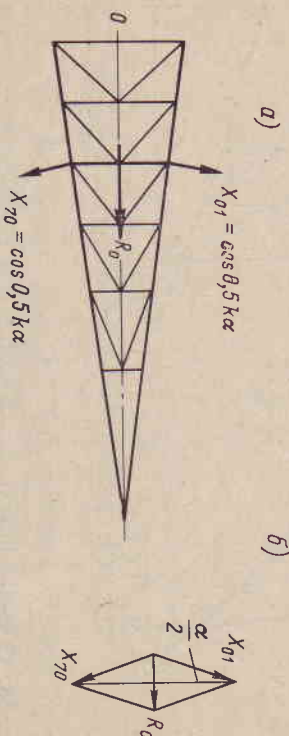


Рис. 37. Геометрическая связь между усилиями  $R_0$ ,  $X_{01}$ ,  $X_{70}$   
а — план; б — диаграмма усилий

в элементах ребер и колец определяются, как в ребристо-кольцевом куполе без решетки.

При  $k = 1$  действующие в плоскости связевой панели тангенциальные силы  $T$  вызывают кососимметричные усилия в решетке. Эти усилия могут быть определены на основании следующих соотношений (рис. 38).

Выделим из общей конструкции купола сектор  $ABC$ , составленный двумя полугарками, соединенными треугольными связями. Опорные закрепления принимаем в точках  $A$  и  $B$  по одному вертикальному стержню  $V_A$ ,  $V_B$  и по одному стержню  $H_A$ ,  $H_B$ , расположенному в плоскости основных арок. Кроме того, для обеспечения пространственной устойчивости необходим стержень  $U_{AB}$ , могущий воспринять усилие, перпендикулярное к основной плоскости арок.

Реакция  $U_{AB}$  может быть определена из условия равенства нулю суммы моментов всех сил относительно вертикальной оси  $y-y$ , проходящей через шарнир  $C$ . Взяв сумму моментов всех сил слева, заметим: силы  $V_A$  и  $V_B$  параллельны оси  $y-y$ , а силы  $H_A$  и  $H_B$  пересекают ее; следовательно, моменты этих сил равны нулю:

$$U_{AB} \bar{d} + T \bar{a} = 0; \quad U_{AB} = -T \frac{\bar{a}}{\bar{d}}.$$



Усилия в стойках решетки могут быть определены из следующих соотношений.

Разложим нагрузку  $T$  на симметричную и кососимметричную. Симметричная нагрузка вызывает растяжение в стойке, равное  $\frac{T}{2}$

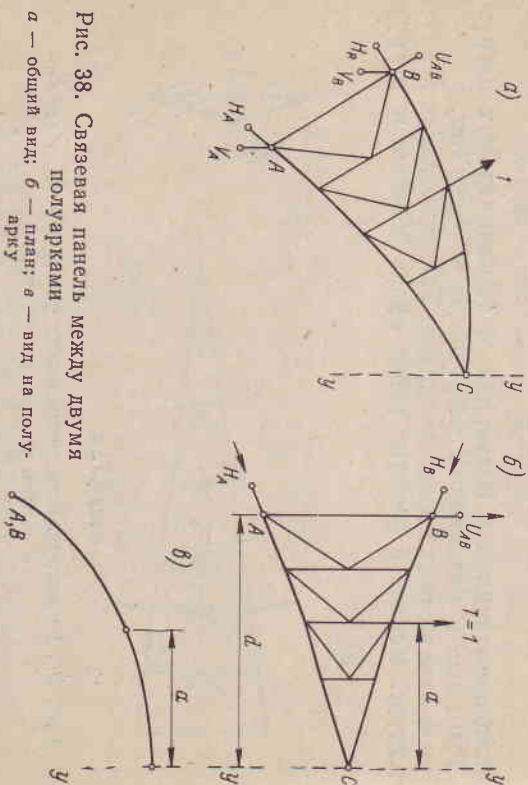


Рис. 38. Связевая панель между двумя подуарками  
а — общий вид; б — план; в — вид на полу-арку

(рис. 39, а). Кососимметричная нагрузка вызывает в полуарках одинаковые усилия одного знака со стороны арки А—С и противоположного знака со стороны арки В—С (рис. 39, б).

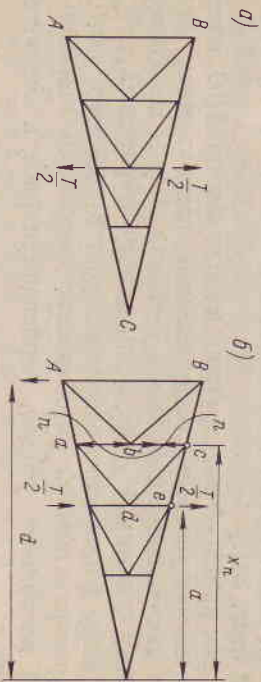


Рис. 39. Разложение силы  $T$

Проведем сечение  $n-n$ , отбросив левую часть и учитывая, что усилие в стержне  $N_{ab} = -N_{bc}$ , напишем значение моментов от носителя вертикальной оси  $y-y$ , проходящей через точку С:

$$2N_{ab}x_n - Ta = 0; \quad N_{ab} = \frac{Ta}{2x_n}. \quad (88)$$

Усилие в раскосе  $cd$  будет

$$N_{cd} = N_{ab} \frac{\overline{cd}}{de} = \frac{Ta}{2x_n} \frac{\overline{cd}}{de}. \quad (89)$$

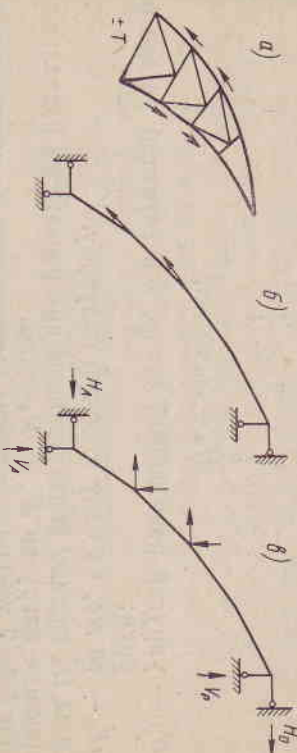


Рис. 40. Действие сил  $T$  на выделенный сектор купола  
а — схема распределения усилий  $T$ ; б — силы  $T$  прикладываются в узлах точек пересечения арок купола с колоннами и решеткой; в — разложение усилий  $T$  на вертикальное и горизонтальное направления

Усилие вдоль стержня арки ВС, приложенное к точке С, определяется из треугольника  $ecd$  и будет

$$N_{ce} = N_{ab} \frac{\overline{ce}}{de} = \frac{Ta}{2x_n} \cdot \frac{\overline{ce}}{de}, \quad (90)$$

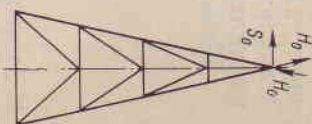
где  $\overline{ce}$ ,  $\overline{cd}$  и  $\overline{de}$  — соответственно длины стержней  $ce$ ,  $cd$  и  $de$ .

Силы, приложенные к полуаркам, могут быть разложены на горизонтальные и вертикальные, причем знак (направление) их для обеих спаренных полуарок разный (рис. 40).

Под действием этих сил определяются усилия в полуарке, в том числе и реакция  $H_0$ . Сумму двух усилий  $H_0$ , имеющих разные знаки, можно представить (рис. 41) в виде силы

$$S_0 = 2H_0 \sin \frac{\alpha}{4}. \quad (91)$$

Рис. 41. План сектора купола с указанием направлений сил  $H_0$  и  $S_0$



Сумма проекций всех сил  $S_n$  на горизонтальную ось  $O-O$  составляет

$$\sum S_n^{\text{пр}} = \sum_1^{n'} S_0 \sin^2 \alpha = \frac{n'}{2} S_0,$$

где  $n'$  — количество сил  $S$ , равное числу пар полуарок.

Усилия  $\sum S_n$  распределяются между всеми парами полуарок по закону  $N_n = H_0 \cos \alpha$  из условия, что проекция  $\sum H_n$  равна



$$H_0'' = \frac{S_0}{2 \cos \frac{\alpha}{4}}; \quad (92)$$

$$H_n'' = H_0'' \cos n\alpha, \quad (93)$$

$H_n$  — то же, на одну плоскую полуарку.

При  $k \gg 2$  усилие в верхнем закреплении  $N_0$  определяется как в один раз статически неопределимой системе

$$H_{0R} = -\frac{\delta_{HR}}{\delta_{HH}}; \quad H_{0T} = -\frac{\delta_{HT}}{\delta_{HH}}$$

$$H_{nR} = H_{0R} \cos kna; \quad H_{nT} = H_{0T} \sin kna.$$

Определение коэффициентов канонических уравнений методом сил. Для нагрузки по каждому члену разложения ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) составляется система канонических уравнений и для каждого члена разложения находятся величины обобщенных неизвестных, значения которых затем суммируются.

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{11}X_1 + \Delta_{12}X_2 + \Delta_{13}X_3 + \dots + \Delta_{1P} &= 0; \\ \Delta_{21}X_1 + \Delta_{22}X_2 + \Delta_{23}X_3 + \dots + \Delta_{2P} &= 0; \\ \Delta_{31}X_1 + \Delta_{32}X_2 + \Delta_{33}X_3 + \dots + \Delta_{3P} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (94)$$
$$\left. \begin{aligned} \Delta_{11} &= \delta_{11}^{RM} + \delta_{11}^{TM} + \delta_{11}^{RN} + \delta_{11}^{TN} + \delta_{11}^{CN}; \\ \Delta_{12} &= \delta_{12}^{RM} + \delta_{12}^{TM} + \delta_{12}^{RN} + \delta_{12}^{TN} + \delta_{12}^{CN}; \\ \Delta_{13} &= \delta_{13}^{RM} + \delta_{13}^{TM} + \delta_{13}^{RN} + \delta_{13}^{TN} + \delta_{13}^{CN}; \\ \Delta_{1P} &= \delta_{1P}^{RM} + \delta_{1P}^{TM} + \delta_{1P}^{RN} + \delta_{1P}^{TN} + \delta_{1P}^{CN}. \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

84

Возможны частные случаи:

$$\delta_{iP(T)}^{TM} = 0; \quad \delta_{iP(T)}^{TN} = 0; \quad \delta_{iP(T)}^{CN} = 0;$$
$$\delta_{iP(R)}^{RM} = 0; \quad \delta_{iP(R)}^{RN} = 0.$$
$$\delta_{lm}^{RM} = \sum_0^s \frac{M_{lm}^{RM}}{EI_a}; \quad \delta_{lm}^{RN} = \sum_0^s \frac{N_{lm}^{RN}}{EF_a};$$

$$\begin{aligned}
\delta_{lm}^{RM} &= \sum_0^s \int \frac{M_l^R M_m^{Rds}}{EI_a}; & \delta_{lm}^{RN} &= \sum_0^s \int \frac{N_l^R N_m^{Rds}}{EF_a}; \\
\delta_{lm}^{TM} &= \sum_0^s \int \frac{M_l^T M_m^{Tds}}{EI_a}; & \delta_{lm}^{TN} &= \sum_0^s \int \frac{N_l^T N_m^{Tds}}{EF_a}; \\
\delta_{lm}^{GN} &= \sum_0^l \int \frac{N_l^T(C) N_m^T(C) dl}{EF_c}; & \delta_{lp}^{RM} &= \sum_0^s \int \frac{M_l^R M_p^R(R) ds}{EI_a}; \\
\delta_{lp}^{RN} &= \sum_0^s \int \frac{N_l^R N_p^R(R) ds}{EF_a}; & \delta_{lp}^{TM} &= \sum_0^s \int \frac{M_l^T M_p^T(T) ds}{EI_a}
\end{aligned}
\tag{96}$$

Пределы интегрирования:  $s$  — длина одной полуарки;  $l$  — общая длина решетки, включая кольца, примыкающей к одной полуарке; знак  $\Sigma$  показывает, что интеграл берется по всем полуаркам купола.

$$\delta_{im}^{RM} + \delta_{im}^{RN}$$

85



$\delta_{im}^{TM} + \delta_{im}^{TN} + \delta_{im}^{CN}$  — обобщенное перемещение кольца  $i$ -го яруса от воздействия составляющей  $T$  обобщенного неизвестного усилия  $n$  кольца  $m$ -го яруса, вычисленное по эпюрам изгибающих моментов  $M_i^T$  нормальных сил  $N_i^T$  в арке и нормальных сил  $N_c$  в решетке;

$\delta_{iP(R)}^{RM} + \delta_{iP(R)}^{RN}$  — обобщенное перемещение кольца  $i$ -го яруса от воздействия составляющей  $R$  внешней нагрузки  $P_i$ ;

$\delta_{iP(T)}^{TM} + \delta_{iP(T)}^{TN} + \delta_{iP(T)}^{CN}$  — обобщенное перемещение кольца  $i$ -го яруса от воздействия составляющей  $T$  внешней нагрузки  $P_i$ .

Выражение для  $\delta_{im}^{RM}$  можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_0^s \int \frac{M_i^R M_m^R ds}{EI} &= \sum_0^s \int \frac{M_i^{R_0} \cos n\alpha M_m^{R_0} \cos n\alpha ds}{EI} = \\ &= \int \frac{M_i^{R_0} M_m^{R_0} ds}{EI} \sum \cos^2 n\alpha = \frac{n}{2} \int_0^s \frac{M_i^{R_0} M_m^{R_0} ds}{EI}. \end{aligned}$$

Выражение для  $\delta_{im}^{TN}$

$$\begin{aligned} \sum_0^s \int \frac{M_i^T M_m^T ds}{EI} &= \sum_0^s \int \frac{M_i^{T_0} \sin n\alpha M_m^{T_0} \sin n\alpha ds}{EI} = \\ &= \int \frac{M_i^{T_0} M_m^{T_0} ds}{EI} \sum \sin^2 n\alpha = \frac{n}{2} \int_0^s \frac{M_i^{T_0} M_m^{T_0} ds}{EI}. \end{aligned} \quad (97)$$

Выражение для  $\delta_{iP(R)}^{RM}$

$$\begin{aligned} \sum_0^s \int \frac{M_i^R M_{P(R)} ds}{EI} &= \sum_0^s \int \frac{M_i^{R_0} \cos n\alpha M_{P(R)} \cos n\alpha ds}{EI} = \\ &= \int \frac{M_i^{R_0} M_{P(R)} ds}{EI} \sum \cos^2 n\alpha = \frac{n}{2} \int_0^s \frac{M_i^{R_0} M_{P(R)} ds}{EI}. \end{aligned} \quad (98)$$

Аналогичные выражения можно получить и для остальных коэффициентов.

Как видно, во все выражения входит величина  $\frac{n}{2}$ , которая может быть сокращена, т. е., не производя суммирования по всем по-

луаркам купола, можно в уравнения упругости подставлять коэффициенты, вычисленные для полуарок с максимальными значениями

$$R = R_0; \quad T = T_0; \quad P = P_0.$$

Решив уравнения, найдем значения неизвестных от каждого члена разложения и вычислим усилия в элементах купола. Определим окончательные усилия в элементах купола, суммируя усилия, полученные для каждого члена разложения.

### Ресбристо-кольцевые купола с решетчатыми связями в каждом секторе

Дальнейшее увеличение жесткости купола может быть достигнуто за счет увеличения количества связей. Рассмотрим циклический купол, состоящий из жестких в своей плоскости ребер и колец, объединенных решетчатыми треугольными связями, проходящими в каждом секторе.

В этом куполе цикл повторяется через угол между осями двух соседних ребер. Присоединение треугольных связей к кольцам и ребрам, а также присоединение ребер к кольцам принимается шарнирным. В дальнейшем будет показано, что шарнирное или жесткое присоединение колец к ребрам, имеющим малую жесткость в горизонтальной плоскости, на величине усилий, на общей работе купола мало отражается.

Рассматривая этот купол в плане, обозначим через  $\alpha$  угол между осями двух смежных ребер. Циклы по осям ребер пронумеруем от 0 до  $n$  (на рис. 42 до 15).

Разложив все внешние нагрузки в ряд Фурье, применим для расчета методу, описанную в гл. 3.

В качестве неизвестных примем усилия в кольцах между смежными секторами. Для этого мысленно разрежем ребра вдоль меридиана во всех циклических участках и обозначим взаимное усилие в кольце между этими ребрами через  $X_n^a$ , где верхний индекс означает номер яруса по высоте купола, а нижний — номер угла в месте разреза ( $X_n^a$  — обобщенная неизвестная сила в каждом ярусе). Таким образом, количество неизвестных усилий будет равно количеству обобщенных сил  $X$ , т. е. числу колец по высоте купола, в данном случае четырем. Благодаря использованию свойств циклических систем резко уменьшается количество неизвестных усилий в куполе.

Изменения обобщенных кольцевых сил  $X$  по окружности найдем, выделив какой-нибудь участок кольца между узлами  $n+1$ ,  $n$  (рис. 43), и запишем для него условия равновесия в соответствии с циклической теорией. Эти условия могут быть записаны так же, как они записаны при выводе формулы (84), с той лишь разницей, что циклический угол  $\alpha$  в рассматриваемом случае равен в плане углу между двумя смежными ребрами.

Для решения задачи установим соотношения между радиальными и тангенциальными усилиями.



Выделив участок кольца купола, для любого яруса можно записать, что радиальные усилия  $R$  изменяются по закону  $\cos k\alpha$ , а возникающие в узлах примыкания связей в кольцах тангенциальные усилия  $T$  — по закону  $\sin (n + 0,5) k\alpha$ .

Здесь  $T$  и  $R$  — суммированные воздействия на кольцо со стороны внешних сил и всех отброшенных стержней, подчиняющихся косинусоидальному и синусоидальному закону.

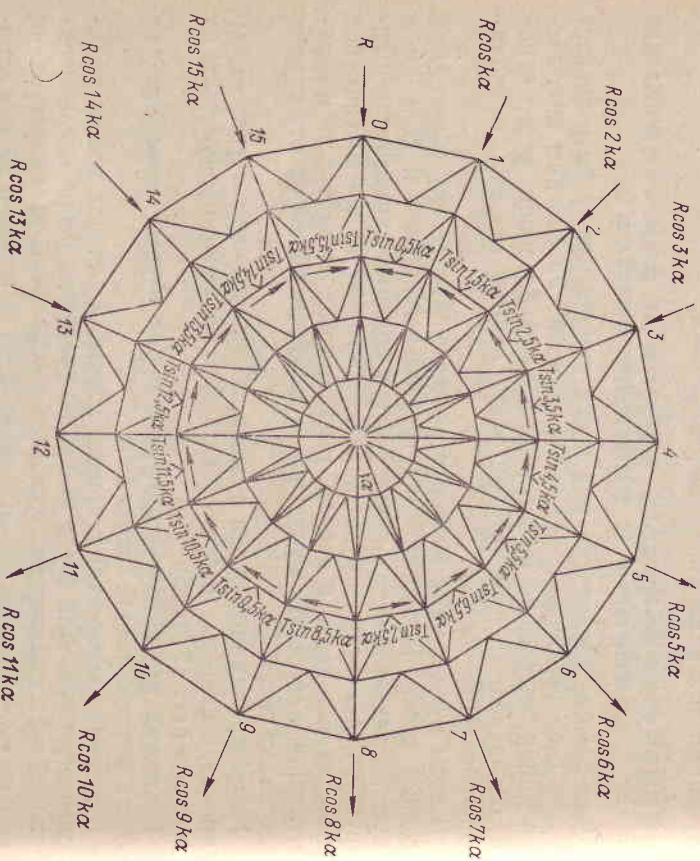


Рис. 42. Основная система купола с указанием распределения радиальных и тангенциальных усилий

Для участка кольца  $n$ ,  $n + 1$  (обозначен на рисунке жирной линией) запишем равенство усилий слева и справа:

$$\frac{R \cos (n+1) k \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} + T \sin (n+0,5) k \alpha = \frac{R \cos n k \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}};$$

$$\frac{R}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} [\cos (n+1) k \alpha - \cos n k \alpha] = -T \sin (n+0,5) k \alpha;$$

$$\frac{R}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} [1 - 2 \sin (n+0,5) k \alpha \sin 0,5 k \alpha] = -T \sin (n+0,5) k \alpha.$$

Отсюда

$$T = R \frac{\sin 0,5 k \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (99)$$

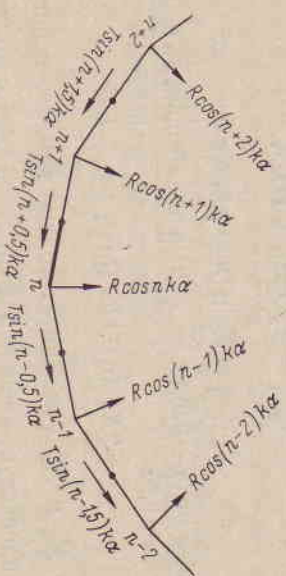


Рис. 43. Схема участка купола с указанием лишних неизвестных

Выделив один сектор (рис. 44) и условно отделив от него примыкающие кольца и связи, можем записать силы, действующие на этот сектор в уровне каждого яруса.

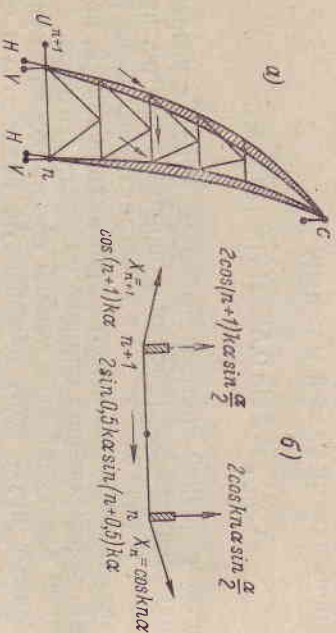


Рис. 44. Расчетная схема купола для определения зависимости между усилиями в кольце по окружности  
 $a$  — общий вид сектора;  $b$  — план сектора

Значения усилий, действующих на отдельный сектор от смежного сектора в уровне каждого кольца, могут быть выражены следующим образом:

$$X_n = \frac{R \cos k n \alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = X_0 \cos k n \alpha, \quad (100)$$



где

$$X_0 = \frac{R}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}; \quad (101)$$

$$X_{n+1} = X_0 \cos(n+1)k\alpha; \quad (102)$$

$$\begin{aligned} X_{n+1, n} &= T \sin(n+0,5)k\alpha = \\ &= \frac{R \sin 0,5k\alpha \sin(n+0,5)k\alpha}{\sin 0,5\alpha} = X_0 \frac{2 \sin 0,5\alpha \sin 0,5k\alpha \sin(n+0,5)k\alpha}{\sin 0,5\alpha} = \\ &= 2X_0 \sin 0,5k\alpha \sin(n+0,5)k\alpha. \end{aligned} \quad (103)$$

От силы  $X_n$  и  $X_{n+1}$  возникает только усилие, действующее на ребро в его плоскости, равное  $X_n 2 \sin \frac{\alpha}{2}$  и  $X_{n+1} 2 \sin \frac{\alpha}{2}$ ; на элементы связей действует сила  $X_{n+1, n}$ .

Принимая неизвестное значение силы  $X_0 = 1$ , получим воздействия следующих сил:

на ребро  $n$

$$X_n = \cos kn\alpha;$$

на ребро  $n+1$

$$X_{n+1} = \cos(n+1)k\alpha;$$

в узле примыкания связей к кольцу

$$X_{n+1, n} = 2 \sin 0,5k\alpha \sin(n+0,5)k\alpha.$$

В качестве основной системы выбираем купол с разрезанными вдоль меридиональной оси ребрами с опорами в центре, принимаемыми разными в зависимости от рассматриваемого члена разложения нагрузки. В разрезах, в местах примыкания связей, прикладываем усилие, определяющее влияние смежных секторов.

Зная закон изменения этих усилий по окружности купола, получаем в каждом ярусе одну обобщенную неизвестную силу  $X_0$ . Таким образом, приняв за лишние обобщенные неизвестные силы  $X_0$  в каждом ярусе, будем иметь столько неизвестных, сколько ярусов колец.

Построение эпюр усилий от внешней нагрузки и лишних неизвестных в основной системе. Выделим из общей конструкции купола сектор  $ABC$ , составленный двумя раздельными вдоль меридиана полуарками, соединенными кольцами и треугольными связями (рис. 45). Опорные закрепления принимаем: по одному вертикальному стержню  $V_A$  и  $V_B$  в точках  $A$  и  $B$ , по одному стержню  $H_A$  и  $H_B$  в плоскости ребер и по одному стержню  $U_{AB}$  в плоскости опорного кольца.

В верхней точке  $C$  условия опирания зависят от номера члена разложения.

При действии осесимметричной нагрузки (нулевой член разложения) верхняя точка сектора может иметь свободные вертикальные перемещения (рис. 45, а). Система обращается в статически определимую.

При действии нагрузки по первому члену разложения верхняя точка сектора может иметь свободное горизонтальное перемещение (рис. 45, б). Система статически определима.

При действии нагрузок по второму и последующим членам разложения верхняя точка сектора неподвижна (рис. 45, в). Система один раз статически неопределима.

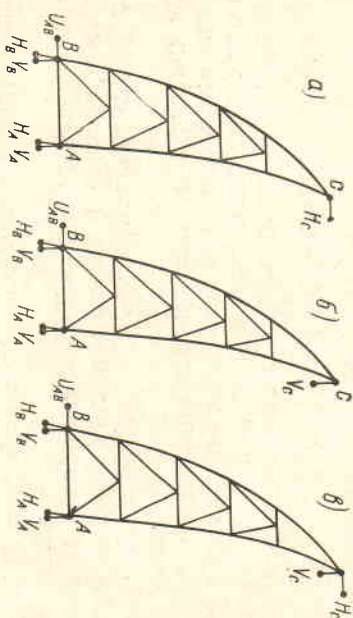


Рис. 45. Расчетные схемы сектора купола в основной системе при различных нагружениях

Построение эпюр усилий от внешней нагрузки и в основной системе. Внешняя нагрузка прикладывается к каждому сектору, состоящему из двух ребер, колец и связей между ними.

Если внешняя нагрузка приложена только к ребрам в их плоскости, то усилия возникают только в ребрах, а в элементах кольца и решетки они не возникают. Если внешние усилия приложены к ребрам не в их плоскости, то их следует разложить на направленные ребер и колец и соответствующие доли этой нагрузки приложить к ребрам и кольцам.

Построение эпюр усилий в основной системе от лишних неизвестных. Сила  $X_0^{\text{II}}$  (верхний индекс означает номер яруса кольца) прикладывается к основной системе последовательно в каждом ярусе. От силы  $X_0^{\text{II}} = 1$  возникают усилия в ребрах, кольцах и связях купола.

Рассмотрим сектор купола между точками  $n$  и  $n+1$  (рис. 44). Схема опирания верхней точки  $C$  показана применительно к первому члену разложения.







В свободных членах первый нижний индекс означает номер яруса, для которого определяется перемещение, а второй — характер нагрузки, вызывающей перемещение. Верхние индексы такие же, как и в предыдущих коэффициентах.

Коэффициенты уравнений вычисляются по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^k &= \sum_0^l \int \frac{(N_1^k)^2 ds}{EF_k}; & \delta_{11}^c &= \sum_0^l \int \frac{(N_1^c)^2 ds}{EF_c}; \\ \delta_{11}^p &= \sum_0^s \int \frac{(N_1^p)^2 ds}{EF_p}; \\ \delta_{12}^M &= \sum_0^s \int \frac{(M_1^p)^2 ds}{EI_p}; & \delta_{12}^c &= \sum_0^l \int \frac{N_1^c N_1^c ds}{EF_c}; \\ \delta_{12}^M &= \sum_0^s \int \frac{M_1^p M_2^p}{EI_p}; \\ \delta_{1p}^c &= \sum_0^l \int \frac{N_1^c N_1^c}{EF_c}; & \delta_{1p}^M &= \sum_0^s \int \frac{M_1^p M_1^p}{EI_p}; \\ \delta_{1p}^p &= \sum_0^s \int \frac{N_1^p N_1^p}{EF_p}; \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

Пределы интегрирования:  $l$  — длина элемента кольца;  $s$  — длина одной полуарки;  $l$  — общая длина решетки связей; знак  $\sum$  показывает, что интеграл берется по всем полуаркам, связываем секторам связей и по длине всех колец.

Здесь

$N_1^c$  — нормальное усилие в кольце от обобщенной силы  $X_0^1$  первого яруса;  
 $N_1^c$  — нормальное усилие в связях от обобщенной силы  $X_0^1$  первого яруса;  
 $N_1^p$  — нормальное усилие в ребрах от обобщенной силы  $X_0^1$  первого яруса;  
 $M_1^p$  — изгибающий момент в ребрах от обобщенной силы  $X_0^1$  первого яруса;  
 $M_2^p$  — изгибающий момент в ребрах от обобщенной силы  $X_0^2$  второго яруса;  
 $N_1^c, N_1^p$  и  $M_1^p$  — нормальные усилия соответственно в связях и ребрах и изгибающий момент в ребрах от внешней нагрузки.

Аналогично вычисляются все остальные коэффициенты при неизвестных и свободные члены.

Как это имело место в выражении (98), можем убедиться, что и в данном случае, сократив все выражения коэффициентов уравнений на  $\frac{n}{2}$ , можно, не производя вычислений по всем элементам купола, в уравнениях упругости подставить коэффициенты при неизвестных, вычисленные для полуарок с максимальными значениями изгибающих усилий. Значения этих усилий вычисляются последовательно в каждом ярусе: в ребрах при  $R = X_0^2 2 \sin \frac{\alpha}{2}$ , в кольцах — от действия на элемент кольца одного сектора силы  $X_0^2 = 1$ , в связях, кольцах и ребрах — от действия сил, приложенных в узлах пересечения связей и колец при максимальном значении действия на элемент одного сектора силы  $X_0^2 2 \sin 0,5 ka$  (т. е. при значении величины  $\sin (n + 0,5) ka = 1$ ).

Перемещения от внешней нагрузки определяются для элементов одного сектора, в котором значение ее является максимальным. Решив эти уравнения, получим значения усилий в элементах купола: от внешней нагрузки, от обобщенных неизвестных сил  $X_0^2$  для каждого члена разложения.

Прсуммировав эти усилия, определим окончательные усилия в элементах купола.



Сетчатые купола-оболочки представляют собой многогранники, вписанные в сферическую или другую поверхность вращения и состоящие из одного слоя конструктивных элементов, образованных параллельными и меридианами. Участки поверхности выбираются таким образом, чтобы получить минимальное количество разнотипных элементов и соединений.

Простейшие сетчатые купола образуются ребрами и кольцами, между которыми располагаются раскосы, в связи с чем усиления распределяются по всей поверхности купола на все элементы. Это приводит к появлению многочисленных слабо работающих элементов решетки, усложняющих узлы сопряжений граней купола из-за большого числа перегибов, возникающих между плоскостями связей.

Простейшие системы сетчатых куполов состоят из радиальных ребер, колец и диагоналей, устанавливаемых в каждом трапещевидном элементе, образованном ребрами и кольцами. Снизу купол завершается нижним растянутым опорным кольцом, воспринимающим распор купола. Сверху купол обычно срезается горизонтальной плоскостью и имеет верхнее кольцо, к которому присоединяются ребра. Часто это кольцо поддерживает световой фонарь, устанавливаемый в центре купола.

Многогранные сетчатые куполов могут быть весьма разнообразны. Широко распространены в последнее время купола с треугольной сеткой из трубчатых элементов, при этом все элементы одновременно участвуют в работе купола и при любых нагрузках каждый элемент является одновременно ребром и связью. Эти купола по своей работе приближаются к куполам-оболочкам. Целесообразность применения сетчатых куполов определяется их экономичностью и возможностью перекрывать большие площади.

При диаметре куполов от 15 до 60 м сетчатые купола конкурентоспособны с обычными плоскими конструкциями. При больших диаметрах сетчатые конструкции еще более привлекательны и, помимо экономичности, открывают новые перспективы для получения архитектурно выразительных конструктивных форм зданий.

Для характеристики собственного веса конструкций покрытий куполов диаметром 40 м Д. Т. Райт [14] приводит следующие ориентировочные данные весовых показателей (в кгс/м<sup>2</sup>):

|                                         |     |
|-----------------------------------------|-----|
| Купол собора св. Петра в Риме . . . . . | 440 |
| Железобетонная оболочка . . . . .       | 130 |
| Стальные фермы . . . . .                | 44  |
| Сетчатый стальной купол . . . . .       | 9   |

При монтаже однотипных элементов и обеспечении сравнительно простой сборки узлов соединений многими авторами были разработаны и применены оригинальные узловые соединения и конструктивные элементы. Для узловых соединений стальных сетчатых конструкций используются болты, сварка, а иногда и склейка на базе эпоксидных смол. Железобетонные сетчатые купола строятся из

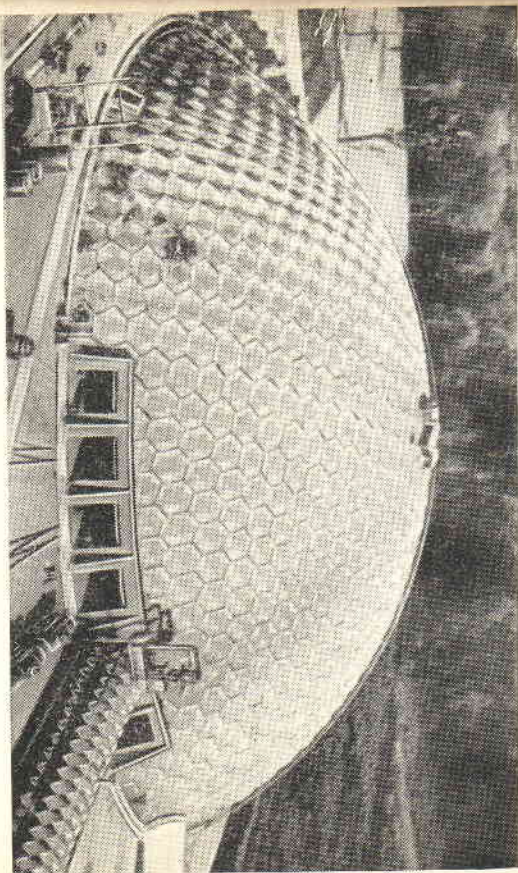


Рис. 47. Купол над зданием вагоностроительных мастерских в штате Иллинойс

решетчатых прямоугольных, треугольных, ромбовидных, шестиугольных и других многоугольных панелей, вписанных в поверхность вращения. Узловые соединения элементов железобетонных куполов осуществляются на болтах, сваркой закладных частей, сваркой выпусков арматуры с последующим замоноличиванием. Купол над зданием Панорамы обороны Севастополя, построенный в начале века, является типичным представителем купола Шведлера. Он был разрушен во время войны 1941—1945 гг. и восстановлен в 1956 г. Диаметр купола 39 м, высота 9 м. Купол является многогранником, вписанным в сферу. На купол израсходовано 54,5 т стали; расход стали, включая расход на опорное кольцо, составляет 45,4 кг на 1 м<sup>2</sup> проекции купола.

Сетчатые купола получили распространение для покрытия не только гражданских зданий, но и промышленных. Здание вагоностроительных мастерских в штате Иллинойс (рис. 47) построено



в виде сферического купола с треугольным сетчатым каркасом из стальных труб диаметром 150 мм, к которому крепились шестиугольные панели из стального листа. Диаметр купола 114 м, высота 36 м. Для купола потребовалось 220 шестиугольных панелей, вес конструкции составил 560 т.

В различных странах мира широко использованы сетчатые купола в виде части сферы, изготовленные из алюминиевых или стальных труб. В основу разработки сферы положен принцип построения правильных многогранников, применяемых инженером Б. Фудлером.

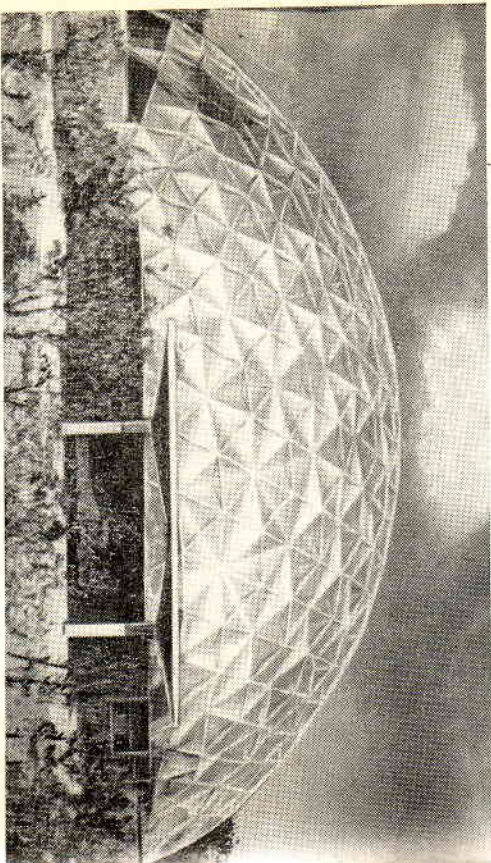


Рис. 48. Купол над зданием аудитории на Гавайях

Примером такого решения является алюминиевый купол, построенный для аудитории на Гавайях (рис. 48). Он представляет собой многогранник, вписанный в сферу, и состоит из ромбовидных алюминиевых панелей, которые геометрически объединены распорками и, соединяясь между собой, образуют жесткий купол. Каждая панель изогнута внутрь; ее меньшая диагональ усилена алюминиевой распоркой. Диаметр купола 44 м, стрела подъема 15 м. Для сборки его было изготовлено 575 панелей десяти типовых размеров. Сборка купола происходила следующим образом.

Центральная стальная мачта высотой 29 м устанавливалась в центре бетонного пола купола. Вокруг этой мачты собирался самый верхний пояс купола, затем он поднимался настолько, чтобы можно было установить следующий пояс панелей, который аналогично поднимается, и так до тех пор, пока все панели не были установлены. Затем купол прикреплялся к 25 железобетонным колоннам, расположенным по окружности пола. Для соединения ромбо-

видных панелей в местах угловых стыков были использованы два типа отливков, которые обеспечивали их прочное соединение. После того как вся осястка была убрана, купол осел на 20 мм. Для законопачивания узлов с целью гидроизоляции купола применялся специальный изоляционный материал — тиокол.

На Ямайке был построен алюминиевый купол над складом сухих бокситов, экспортируемых в США водным путем. Диаметр купола 91 м. Он представляет собой сферический сегмент диаметром 91 м, высотой 30 м, установленный на цоколь высотой 7 м. Стержни сооружения состоят из алюминиевых труб диаметром 25 см, соединенных в узлах с помощью круглых конических пластин толщиной 19 мм. Соединение труб с коническими пластинами осуществляется с помощью широкополочных двутавровых балок, приваренных к концам труб. Стержни купола соединены болтами из высокопрочной нержавеющей стали. Кровля изготовлена из листового алюминия толщиной 3,2 мм, усиленного прокатными профилями. Вес купола, отнесенный к перекрываемой площади, дает расход материала 22 кг на 1 м<sup>2</sup>. К центру купола подвешен радиальный кран весом 85 т, который может поворачиваться на 360° и нагружать бокситы на конвейер. Купол рассчитан, кроме того, на ураганный ветер 220 км/ч. Монтаж купола произведен со стальных лесов из трубчатых элементов, расположенных на вращающемся мосту. С помощью этого моста можно поворачивать монтажные леса на 360° до высоты 24 м. Для сборки центральной части купола была возведена центральная башня; когда ее убрали, купол осел на 5,5 мм. Перед постройкой купола было проведено много испытаний моделей в масштабе 1 : 20, 1 : 25, а также одного сегмента в натуральную величину. При этом оказалось, что сосредоточенная нагрузка от радиального крана весом 85 т вызвала значительные изгибы в моменты в конструкции.

Закрытый стадион в г. Хьюстоне (США) предназначен для игры в бейсбол, футбол и т. п. (рис. 49). Он может вмещать до 60 тыс. зрителей.

Стадион перекрыт куполом диаметром 196 м со стрелой подъема 28,35 м. Купол опирается на 72 качающиеся опоры, подвижные в радиальном направлении и закрепленные в тангенциальном. Купол имеет сетчатую поверхность из радиальных и меридиональных ребер. Те и другие ребра одинаковой высоты — по 1,52 м, сварные из стали марки А—36.

Купол этой конструкции рассчитан на 12 секторов с углом развора каждого сектора в 30°. В каждом секторе, кроме главных ребер, расположены пять промежуточных. Промежуточные ребра опираются на опорное кольцо, соединяются в пяти узлах с главными ребрами и с пятью концентрическими промежуточными кольцами. Таким образом, вся сетчатая поверхность состоит в общей сложности из 432 треугольников, причем минимальная длина стороны самого малого треугольника 18,2 м. Так как высота всех элементов каркаса купола одинакова, стало возмож-







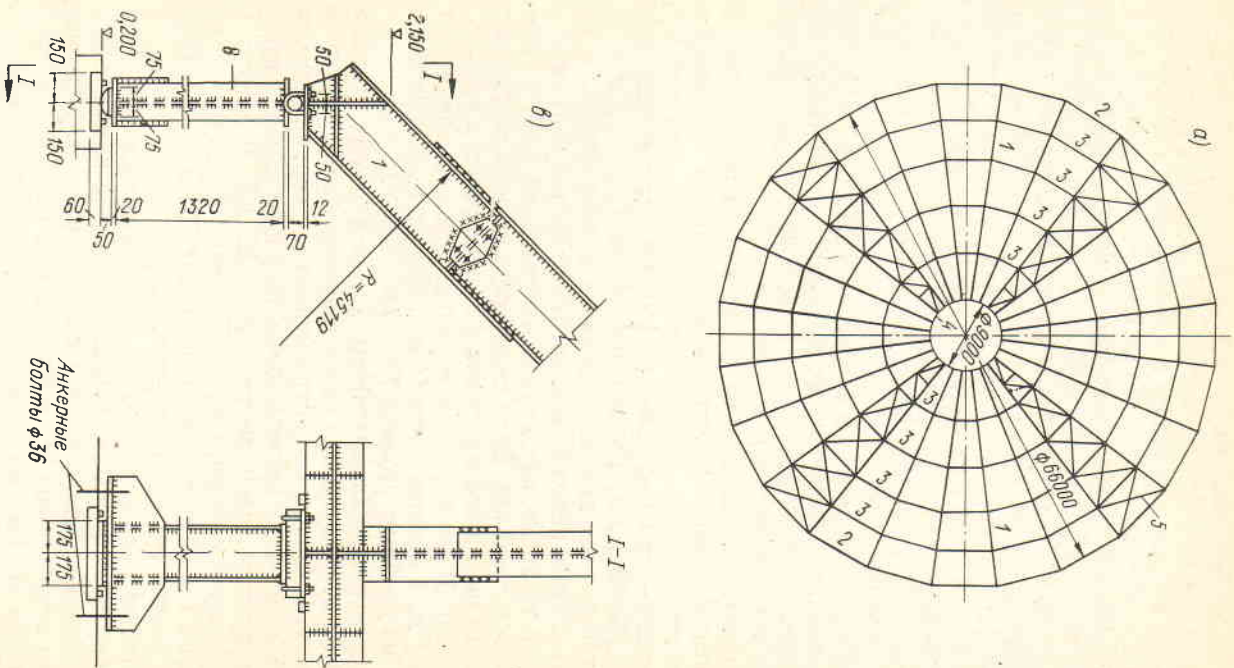
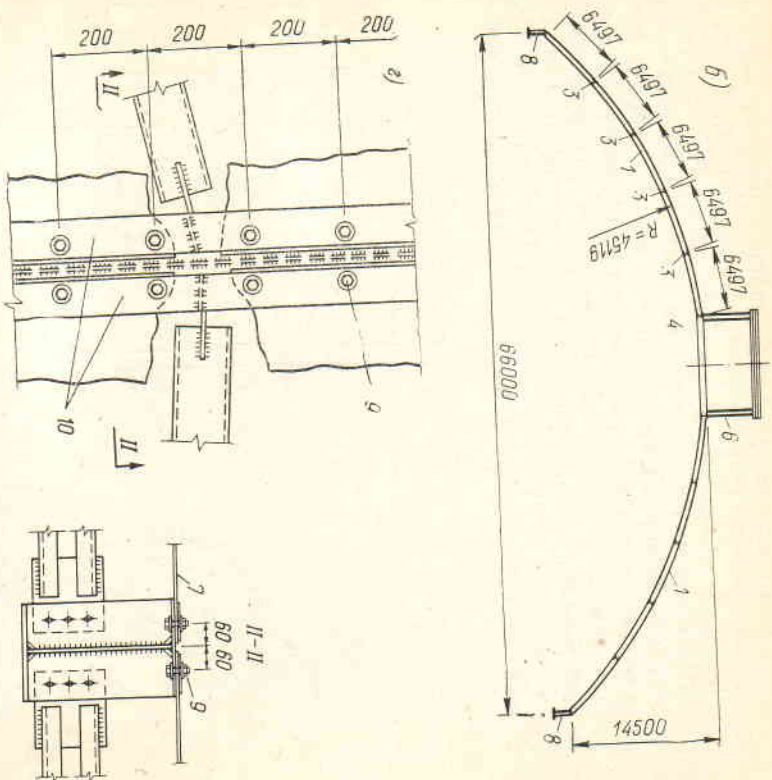


Рис. 50. Купольное покрытие над складом глинозема Таджикского алюминиевого завода

а — план; б — р зрез; в — опорный узел; г — деталь крепления мембраны к ребру; д — ребра купола; е — нижнее опорное кольцо; ж — промежуточные кольца; з — верхнее кольцо; и — монтажные связи; к — стойка фонаря; л — стальная накладка; м — высокопрочные болты; н — опорная стойка



Вес купола с опорным кольцом без опор составляет 80 кг на  $1 м^2$ . Сооружение было рассчитано на постоянную нагрузку  $146 кгс/м^2$ , временную —  $73 кгс/м^2$ , одностороннюю —  $37 кгс/м^2$ , горизонтальную ветровую —  $195 кгс/м^2$ .

Осуществленный в Хыостоне сечетый купол с точки зрения работы его элементов является удачной конструкцией, так как все без исключения элементы воспринимают действующие на купол нагрузки. Поэтому расход материалов на купол такой конструкции, по-видимому, будет минимальным. Однако с точки зрения конструктивных решений узлы сопряжений элементов купола весьма сложны, требуют высокой точности изготовления и сборки.

Над складом глинозема Таджикского алюминиевого завода выполнены три купола-оболочки диаметром 66 м со стрелой подъема 14,5 м (рис. 50).

Купол представляет собой сегмент шара и состоит из нижнего опорного кольца, 24 радиальных ребер, четырех промежуточных колец и верхнего фонарного кольца, вписанных в шаровую поверхность.



На время монтажа в четырех образцованных ребрами и кольцами отсека предусмотрено устройство крестовых связей. После установки и выверки положения очерченных по окружности ребер по ним раскатывается лист толщиной 2 мм, работающий как мембрана между ребрами. Мембрана прикреплается к поясам ребер высокими прочными болтами через непрерывную жесткую стальную накладку. Для увеличения силы трения между мембраной и ребром мембрана укладывается на верхний пояс ребер, покрытый эпоксидной смолой с втопленной в нее корундовой крошкой. Первоначально выгиб в мембране не предусматривалось. Мембрана является одновре-

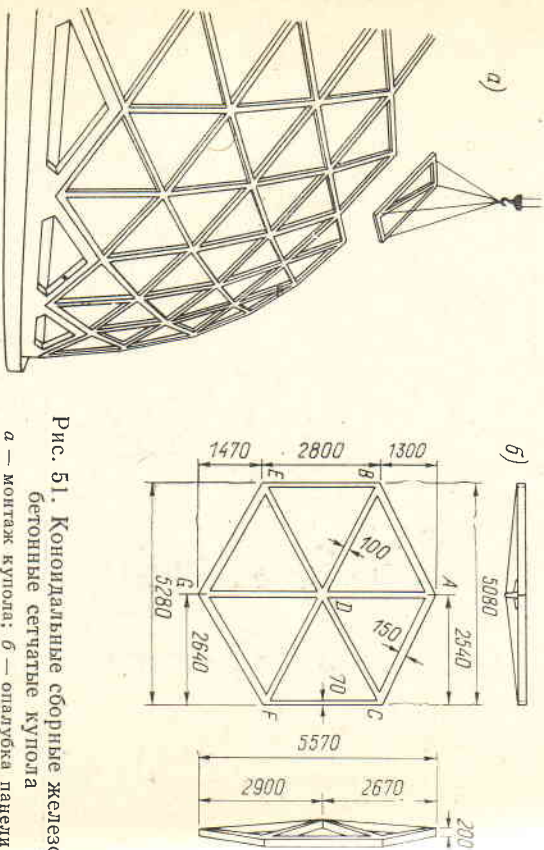


Рис. 51. Конoidalные сборные железобетонные сетчатые купола  
а — монтаж купола; б — опалубка панели

менно несущей и отражающей конструкцией кровли и используется как растянутые элементы крестовых связей между кольцами в каждом отсеке купола. Ребра купола выполнены в виде сварного двутавра, выгнутого по окружности. Ширина верхнего пояса ребра определена необходимой размещением на нем двух рядов выскопочных болтов.

Нижнее опорное многоугольное кольцо выполнено из трех листов, образующих крестовое сечение. Верхнее круглое в плане кольцо диаметром 9 м выполнено в виде замкнутого прямоугольника из четырех листов, чтобы придать ему необходимую жесткость на изгиб в двух плоскостях и на кручение. Против каждого ребра купола устроена опора в виде качающейся стойки высотой 1,32 м. Купол опирается на стойку через цилиндрический каток диаметром 8 см. Внизу стойка опирается на фундамент через тангенциальную опору. Опорная стойка, таким образом, имеет подвижность в радиальном направлении и при помощи болтов закреплена в кольцевом направлении. Учитывая, что склад глинозема не отапливается,

конструкция купола-оболочки с мембранным покрытием применена в данном случае удачно.

Для садовых павильонов ботанического сада в Милуоки (США) были построены три сетчатых сборных железобетонных купола конoidalного очертания (рис. 51, а). Диаметр купола 43 м, стрела подъема 21,7 м. Кривая, образующая купол, очерчена из трех центров. Углы плоских шестиугольных железобетонных панелей, из которых собирался купол, соединены ребрами в центре и образуют шесть треугольников. Для каждого купола потребовалось 25 типов панелей. Каждый сегмент имеет трапециевидное очертание, так что линия *BE* не параллельна линии *CF*. Панели изготавливались в бетонной матрице со свободными вставками, которые вынимались после вибрации до полного схватывания бетона. Арматура панелей была сварена в каркас. В свободные треугольные панели устанавливали оконные алюминиевые переплеты, пропускающие свет. Для прикрепления переплетов предусматривались закладные детали в панелях. Купол был смонтирован на трубчатых лесах. В узлах сопряжения закладные элементы соединились сваркой, после чего узлы омоноличивались.

### Расчет сетчатых куполов

Рассмотрим две группы сетчатых куполов и их конструктивные решения.

В первой группе все конструкции купола лежат только на внешней его поверхности и состоят из одного слоя конструктивных элементов. К таким конструкциям относятся купола Шведлера и другие, образованные из радиальных ребер, колец и диагоналей, поставленных в каждом четырехугольнике, образованном ребрами и кольцами. Во второй группе купола также состоят из одного слоя конструктивных элементов со сравнительно густой решеткой из треугольников, равномерно располагаемых на поверхности купола.

Сетчатые купола первой группы статически определимы. Их расчет приводится в курсах строительной механики. Некоторый интерес представляет весьма приближенный способ определения усилий в элементах купола, предложенный Шведлером. Тем не менее, рассчитанные этим способом купола до настоящего времени прекрасно сохранились и вполне устойчивы. Усилия в кольцах и ребрах от осесимметричных нагрузок Шведлер определял по обычным правилам строительной механики, считая соединения элементов купола шарнирными. Усилия в ребрах вычислялись при полной нагрузке купола от собственного веса и временной нагрузки; в этом случае усилия в кольцах использовались равны нулю. Для определения расчетных усилий в кольцах использован следующий способ.

Наибольшее растягивающее усилие в отдельных кольцах вычисляется тогда, когда зона, к которой принадлежит рассматриваемое кольцо, не подвержена действию временной нагрузки, но зато



полностью загружена часть купола, лежащая выше этой зоны, ближе к оси купола. Наибольшее сжимающее усилие в кольцах определяется от осесимметричной нагрузки при нагружении временной нагрузкой как зоны, к которой принадлежит кольцо, так и части купола, расположенной ниже него, от оси купола.

При определении усилий в диагоналях сначала вычисляются усилия в стержне ребра купола от собственного веса и усилие в том же стержне от действия всех временных нагрузок. По разности этих усилий определяется усилие в диагонали путем деления разности усилий на косинус угла между ребром и диагональю. Этот способ может применяться для предварительных расчетов сечений элементов купола; по нему можно определить усилие только при сплошных нагрузках (постоянная, снеговая и др.). Для определения усилий от сосредоточенных местных нагрузок следует пользоваться обычными методами строительной механики.

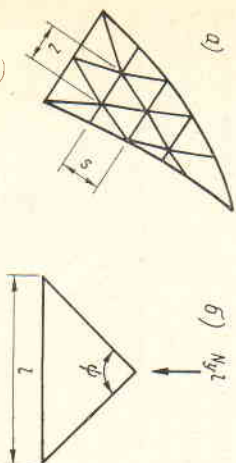


Рис. 52. Расчет сечатого купола  
а — схема сектора; б — схема треугольной панели

Сетчатые купола-оболочки состоят обычно из трубчатых элементов, из стержней или решетчатых ферм с параллельными поясами, образующих треугольную сетку, и равномерно расположенных на поверхности многогранников, вписанных в пространственную поверхность купола. Точный расчет сетчатых куполов еще не получил своего окончательного решения.

В настоящее время для расчета этих куполов часто применяют методы, принятые для расчета непрерывных оболочек. В этом случае полезно использовать безмоментную теорию.

Безмоментная теория может быть применена, даже если оболочка в действительности обладает значительной прочностью на изгиб, а изменение кривизны, вызываемое большей частью нагрузок, настолько мало, что не имеет практического значения. Безмоментная теория имеет еще и то преимущество, что она пригодна для любой формы срединной поверхности купола положительной кривизны и почти для всех сплошных встречающихся в покрытиях нагрузок. Значительным преимуществом безмоментной теории является то, что усилия статически определяемы.

Безмоментная теория не может быть использована, когда края оболочки загружены моментами или нормальными срезающими усилиями, когда сосредоточенные нагрузки приложены в любом месте оболочки, а также там, где происходит значительное изменение кривизны. Однако для этих случаев можно определить изгибающие и крутящие моменты по моментной теории континуальных оболочек вращения и скорректировать безмоментное решение.

Таким образом, задача сводится к установлению взаимосвязи между безмоментными усилиями в континуальной оболочке и в стержнях заданной сетчатой системы; тогда безмоментная теория может быть использована при определении усилий в сетчатом куполе-оболочке. Если нет решений для заданной формы континуального купола оболочки или нагрузок, то должны быть выработаны новые решения по безмоментной или моментной теории.

Существует ряд способов установления связей между куполом-оболочкой и сетчатым куполом.

Простейшим способом является определение усилий в любом месте оболочки по безмоментной теории (см. гл. 1).

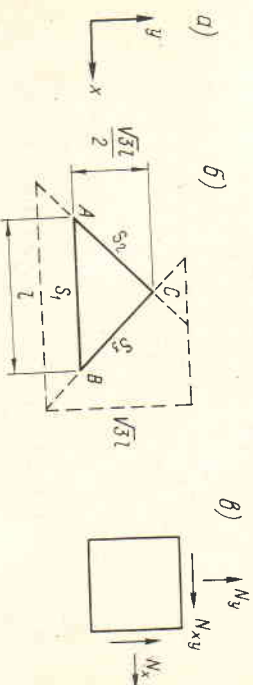


Рис. 53. Исследуемый треугольный элемент сечатого купола  
а — координатные оси; б — схема элемента сечатого купола; в — схема мембранных усилий в приведенной оболочке

Усилие, приходящееся на косой элемент (рис. 52, б), будет

$$T_1 = \frac{N_y l}{2 \cos \frac{\varphi}{2}} \quad (109)$$

Усилие, приходящееся на кольцевой элемент (рис. 52, б), составляет

$$T_2 = N_x s. \quad (110)$$

Усилие в опорном кольце определяется по формулам гл. 1. В формулах (109) и (110):

$N_y$  и  $N_x$  — меридиональное и кольцевое усилие на единицу ширины соответствующего сечения купола, определяемые по формулам гл. 1;

$l$  — шаг треугольной сетки;

$s$  — длина отрезка дуги по меридиану между рассматриваемым узлом и ближайшим к нему узлом;

$\varphi$  — угол у вершины треугольной сетки в рассматриваемом сечении.

Более точное решение можно получить на основании следующих соображений. Рассмотрим сетчатый купол, состоящий из равно-сторонних треугольников.

На рис. 53 показаны элементы сетки и направления. Будем считать, что усилия в стержнях соответственно равны  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$ .



Оси поля безмоментной оболочки могут быть всегда преобразованы, так что одна ось будет параллельна одной из осей решетки. Запишем условие равенства проекций усилий в решетке и элементе оболочки.

На вертикальную ось  $y$  на длине  $\sqrt{3}l$

$$2S_1 + \frac{S_2}{2} + \frac{S_3}{2} = N_x \sqrt{3}l,$$

отсюда

$$N_x = \frac{4S_1 + S_2 + S_3}{2\sqrt{3}l}. \quad (111)$$

На ось  $x$

$$(S_2 + S_3) \frac{\sqrt{3}}{2} = N_y l,$$

отсюда

$$N_y = \frac{(S_2 + S_3)\sqrt{3}}{2}. \quad (112)$$

Аналогично

$$N_{xy} = \frac{S_2 - S_3}{2l}, \quad (113)$$

где  $N_x$ ,  $N_y$  и  $N_{xy}$  — составляющие поля усилий безмоментной оболочки.

Преобразуя эти зависимости, получим

$$S_1 = \frac{l}{2\sqrt{3}} (3N_x - N_y); \quad (114)$$

$$S_2 = \frac{l}{\sqrt{3}} (N_y - \sqrt{3}N_{xy}); \quad (115)$$

$$S_3 = \frac{l}{\sqrt{3}} (N_y - \sqrt{3}N_{xy}). \quad (116)$$

### Упругие свойства оболочки

Упругие свойства однородной континуальной оболочки купола, аналогичной сетчатой, можно определить, если на элементы сетчатой и приведенной оболочки распространяется закон Гюка. Если считать, что элементы сетчатой оболочки, проходящие в разных направлениях, могут иметь различные сечения, то, хотя материал элементов сетчатого купола изотропный, материал аналогичной оболочки не всегда будет изотропным.

Тогда для оболочки закон Гюка будет выражен следующим образом:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \mu'_x \frac{\sigma_y}{E_y}; \quad (117)$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \mu'_y \frac{\sigma_x}{E_x}; \quad (118)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G'}; \quad (119)$$

Выразив закон Гюка через напряжения, получим

$$\sigma_x = \frac{E'_x}{1 - \mu'_x \mu'_y} (\epsilon_x + \mu'_x \epsilon_y); \quad (120)$$

$$\sigma_y = \frac{E'_y}{1 - \mu'_x \mu'_y} (\epsilon_y + \mu'_y \epsilon_x); \quad (121)$$

$$\tau_{xy} = G' \gamma_{xy}. \quad (122)$$

Здесь

$\mu$  — коэффициент Пуассона;  
 $\sigma$  — нормальные напряжения;  
 $\tau$  — касательные напряжения;  
 $\epsilon$  и  $\gamma$  — относительные деформации;  
 $E$  и  $G$  — нормальный и сдвигающий модули упругости.

Соответствующие значения со штрихом показывают упругие постоянные для континуальной оболочки.

Рассмотрим деформацию элемента треугольной решетки в случае, когда усилия  $S_1$ ,  $S_2$  и  $S_3$  растягивающие. При любых сечениях величину удлинения можно определить по закону Гюка:

$$\lambda = \frac{Sl}{EF}.$$

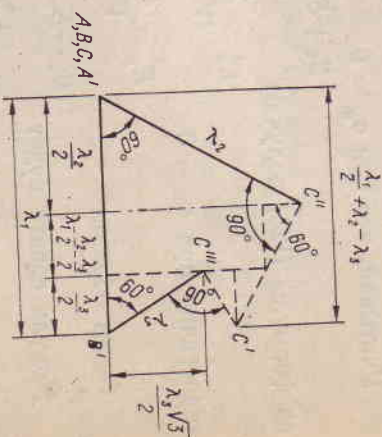


Рис. 54. Деформация элемента под действием произвольной нагрузки

Построим план перемещений (рис. 54). Удерживая в постоянном положении точку  $A$  и направление  $AB$ , можно установить, что точка  $B$  сместится на величину  $\lambda_1$ , а точка  $C$  сместится вправо от своего первоначального положения на величину  $(-\lambda_1 + 2\lambda_2 - 2\lambda_3) \frac{1}{2}$  и вверх на величину  $(-\lambda_1 + 2\lambda_2 + 2\lambda_3) \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Тогда относительные деформации будут

$$\epsilon_x = \frac{S_1}{EF}; \quad (123)$$

$$\epsilon_y = \frac{-S_1 + 2S_2 + 2S_3}{EF}; \quad (124)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2S_2 - 2S_3}{\sqrt{3}EF}. \quad (125)$$



Напряжения в приведенной оболочке составят

$$\sigma_x = \frac{N_x}{t'}; \quad (126)$$

$$\sigma_y = \frac{N_y}{t'}; \quad (127)$$

$$\tau_{xy} = \frac{N_{xy}}{t'}, \quad (128)$$

где  $t'$  — приведенная толщина аналогичной оболочки. Из формулы (117) при  $\sigma_y = 0$  получим

$$E'_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}, \quad (129)$$

а из формул (111) и (126)

$$\sigma_x = \frac{4S_1 + S_2 + S_3}{2\sqrt{3}It'}. \quad (130)$$

Учитывая, что при  $\sigma_y = 0$

$$S_2 + S_3 = 0,$$

из формулы (123) получим

$$E'_x = \frac{2EF}{\sqrt{3}It'}; \quad (131)$$

аналогично при  $\sigma_x = 0$

$$E'_y = \frac{2EF}{\sqrt{3}It'}. \quad (132)$$

Таким образом

$$E'_x = E'_y = E'.$$

Модуль сдвига будет

$$G' = \frac{\sqrt{3}EF}{4It'}. \quad (133)$$

Используя введенные упругие постоянные, закон Гюка может быть записан следующим образом:

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{3}EF}{4It'} (3\varepsilon_x + \varepsilon_y); \quad (134)$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{3}EF}{4It'} (3\varepsilon_y + \varepsilon_x); \quad (135)$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sqrt{3}EF}{4It'} \gamma_{xy}; \quad (136)$$

$$\mu'_x = \mu'_y = \frac{1}{3}. \quad (137)$$

Аналогично могут быть получены упругие постоянные для других сетчатых образцов.

Рассмотренный выше случай представляет особый интерес, так как он наиболее часто используется в сетчатых куполах. Если плоская сечения стержней будет неодинакова, например  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$ , то значения упругих величин будут

$$E'_x = \frac{2\sqrt{3}F_1E}{3It_x}; \quad (138)$$

$$E'_y = \frac{6\sqrt{3}F_2E}{It_y \left(8 + \frac{F_2}{F_1}\right)}; \quad (139)$$

$$G' = \frac{\sqrt{3}F_2E}{4It'}; \quad (140)$$

$$\mu'_x = \frac{1}{3} \left( \frac{t'_y}{t'_x} \right) \left( \frac{9F_2}{8F_1 + F_2} \right); \quad (141)$$

$$\mu'_y = \frac{1}{3}. \quad (142)$$

Упругие постоянные приведенной оболочки не могут быть определены, пока не установлены значения ее приведенной толщины. Д. Райт [14] рекомендует приведенную толщину континуальной оболочки определять при одинаковых сечениях элементов

$$t' = 2\sqrt{3}r_n, \quad (143)$$

где  $r_n$  — радиус инерции сечения.

Тогда

$$E' = \frac{EF}{3It_n}; \quad (144)$$

$$G' = \frac{EF}{8It_n}; \quad (145)$$

$$\mu' = \frac{1}{3}. \quad (146)$$

Приведенная толщина оболочки для случая равносторонней треугольной решетки с двумя различными сечениями будет

$$t'_x = \frac{4l_1}{3F_1} \left( 8 + \frac{l_2}{l_1} \right); \quad (147)$$

$$t'_y = \frac{4l_2}{3F_2} \left( 8 + \frac{F_2}{F_1} \right). \quad (148)$$

Для сетчатой оболочки из круглых труб при одинаковых сечениях элементов приведенная толщина оболочки определяется по формуле (143) с учетом того, что  $r \geq \frac{d}{3}$ ,  $t \geq \frac{2d}{\sqrt{3}}$ , т. е. больше, чем толщина каркаса.



Модуль упругости для приведенной оболочки будет значительно меньше модуля для элементов решетки. Таким образом, сетчатая оболочка работает как довольно толстая из сравнительно эластичного материала. Установив толщину и упругие свойства приведенной континуальной оболочки, можно все уравнения, вычисленные для куполов, включая изгиб и кручение, распространить на сетчатые оболочки.

После определения усилий в элементах сетчатого купола возникает вопрос об учете продольного изгиба при подборе сечений элементов. Расчетная длина в этом случае принимается равной длине панели ( $l_{np} = l$ ). При равномерном радиальном давлении на сферический купол, равном  $q$ , межбренные усилия в любом месте со-



Рис. 55. Элемент для анализа потери устойчивости  
а — план; б — разрез

ставляются  $\frac{q'l}{2}$ ; касательные усилия равны нулю. Усилия в элементе, согласно формулам (114) — (116), будут

$$\frac{q'l}{2\sqrt{3}} = \frac{\pi^2 EI}{l^2},$$

где  $r$  — радиус сферы.

Отсюда при потере устойчивости отдельного элемента

$$q_{кр} = \frac{2\sqrt{3}\pi^2 EI}{r^2}. \quad (149)$$

Местная потеря устойчивости может иметь место при приложении сосредоточенных сил в узле (рис. 55). В случае шарнирного соединения стержней сетчатого купола в стыках значение критической сосредоточенной нагрузки мало и находится в пределах

$$\frac{2FEh^3}{\sqrt{3}l^3} \leq P_{кр} \leq \frac{FEh^3}{\sqrt{3}l^3}; \quad (150)$$

здесь левое значение учитывает неподвижность узлов  $B$  и что элементы  $BV$  неразгибимы, а правое значение  $P_{кр}$  определено из условия, что элементы  $BV$  растягиваются и того же сечения, что  $AB$ , и могут перегибаться по мере их нагружения.

Тогда значение приведенной на продольный изгиб длины можно определить для второго случая, рассмотренного в формуле

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} = \frac{EFh^3}{\sqrt{3}l^3}. \quad (151)$$

Отсюда

$$l_{np} = \left( \pi r \sqrt{\frac{l\sqrt{3}}{h^3}} \right) l,$$

где  $r$  — радиус инерции сечений;  
 $h$  — величина превышения точки  $A$  над примыкающими к ней соседними узлами.

В случае жесткого соединения элементов в стыках, обеспечивающих равнопрочность стыкового соединения с основными стержнями, в том числе на изгиб и кручение, проблема потери местной устойчивости исчезает. При отсутствии этого условия потеря устойчивости от местных сосредоточенных нагрузок может произойти при небольшой их величине.

Потерю общей устойчивости сетчатой оболочки можно исследовать рассматривая решение для эквивалентной континуальной оболочки. Критическое равномерное радиальное давление на сферическую оболочку с радиусом  $r$  может быть выражено в виде

$$q_{кр} = k \frac{E l^2}{r^2}, \quad (152)$$

где  $k$  — постоянная величина.

На основании классической теории, при  $\mu = 0,3$

$$k = \frac{2}{\sqrt{3}(1-\mu^2)} = 1,21.$$

Эксперименты показывают, что  $k$  значительно ниже 1,21. Для сферического купола целесообразно принять значение  $k = 0,4$ . Тогда

$$q_{кр} = 0,4 \frac{E l^2}{r^2}. \quad (153)$$

С учетом выражений для  $E'$  и  $l'$  по формулам (143) и (144)

$$q_{кр} = 1,6 \frac{EFr^2}{l^2}. \quad (154)$$

Сетчатые купола являются весьма удачной конструктивной формой, которая по условиям экономичности и конструктивной эффективности в дальнейшем будет широко использоваться.

Вопрос общей устойчивости сетчатых куполов является одним из важнейших аспектов при решении этой задачи. В настоящее время ведутся широкие теоретические и экспериментальные исследования устойчивости этих куполов на моделях. Учитывая трудность, связанную с аналитическим исследованием общей устойчивости сетчатых куполов при несимметричных нагрузках от снега, ветра и других, целесообразно при проектировании куполов больших диаметров изучать эти явления на экспериментальных моделях с учетом принятых решений для узловых сопряжений.



**Ка**ждое ребро купола прикрепляется к основанию опорой, обеспечивающей неподвижность закрепления в вертикальном и двух горизонтальных направлениях.

Опорное давление может быть разложено на вертикальное и два горизонтальных. Вертикальное давление передается на основание сооружения (колонны, стены, фундамент и т. п.), а горизонтальные составляют опорного давления дают распор.

Для воспринятия горизонтального распора в нижней части купола обычно устраивают специальное опорное кольцо, которое для ребристых куполов может иметь в плане очертание круга или многоугольника с жестким или шарнирным сопряжением в углах.

Опорное кольцо в виде круга внецентренно растянуто. При редко поставленных ребрах опорное кольцо кругового очертания будет также работать на внецентренное растяжение при значительных изгибающих моментах; в этом случае кольцо обычно выполняется многоугольным.

Ниже приводятся некоторые возможные типы опорных колец. Во всех случаях кольцо должно свободно устанавливаться на нижележащих основаниях и закрепляться от горизонтального смещения на случай действия несимметричной нагрузки.

I тип. Наиболее простым видом опорного кольца является статически определимое (рис. 56, а), в котором усилия от любых нагрузок могут быть легко вычислены.

В местах опирания ребер устраивается маятниковая опора, воспринимающая от ребер только вертикальную составляющую давления, а горизонтальная составляющая всегда может быть разложена на два направленных вдоль примыкающих к углу элементов многоугольного кольца и дальше восприниматься неподвижной опорой, расположенной посредине сторон многоугольника кольца. Неподвижная опора должна быть прикреплена к фундаменту для обеспечения неподвижности вдоль сторон многоугольника кольца.

II тип. Катки укладываются вдоль сторон опорного кольца таким образом, чтобы оси их служили продолжением сторон кольца в одну сторону, например по ходу часовой стрелки. Стержни опорного кольца в углах имеют шарнирное сопряжение.

На рис. 56, б изображено кольцо восьмиугольного ребристого купола. Линии  $aa'$ ,  $bb'$  и другие показывают направление осей цилиндрических катков, а двойные, перпендикулярные к ним линии

обозначают возможные перемещения этих опор. Таким образом, катки могут перемещаться только по перпендикулярам к соответствующим стержням кольца. Как видно из рисунка, все оси цилиндрических катков служат продолжением стержней кольца в одну сторону по ходу часовой стрелки. Купол с устроенным таким образом кольцом представляет собой жесткую геометрически неизменяемую систему.

III тип. Все опоры подвижные цилиндрические; движение их происходит по радиальному направлению. Такая система в случае

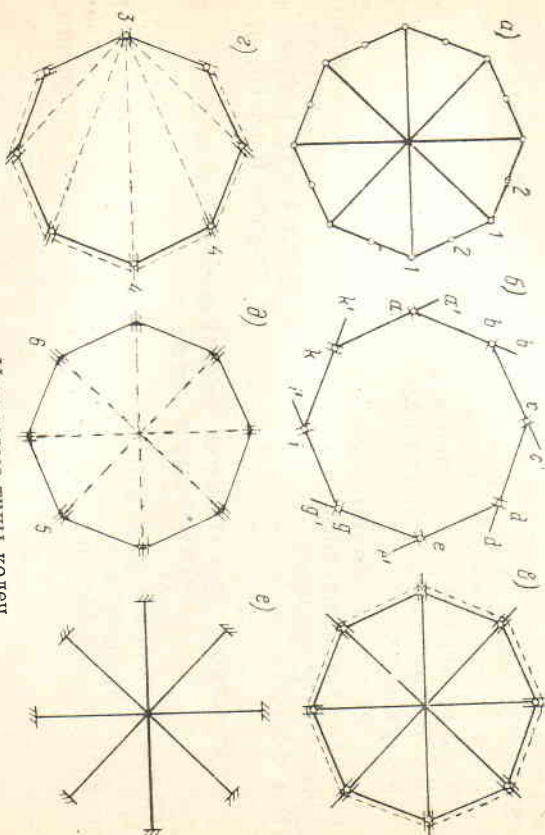


Рис. 56. Некоторые типы колец

1 — маятниковая опора; 2 и 3 — подвижные опоры; 4 — подвижная опора; 5 — направление перемещения опоры; 6 — жесткие сопряжения элементов кольца в местах перегиба

четного числа сторон при шарнирном сопряжении стержней кольца в углах теоретически является изменяемой системой, так как оси опорных катков пересекаются в одной точке (рис. 56, е).

При большом числе углов практически возможно даже при четном числе сторон устраивать шарнирное многоугольное кольцо с опорами в углах, имеющими подвижность в радиальном направлении. Хотя теоретически такое кольцо является изменяемой конструкцией, при большом числе опор трудно обеспечить точное направление движения всех цилиндрических катков к центру купола, а при некотором даже небольшом отклонении направлений движения нескольких катков от центра система становится неизменяемой.

IV тип. Одна опора неподвижная, остальные подвижные с движением по направлению лучей, соединяющих неподвижную опору с подвижными (рис. 56, з).



У тип. жесткое многоугольное кольцо с опорами в углах, имеющими подвижность в радиальном направлении и закрепление в тангенциальном (рис. 56, *d*). Ребра обычно соединяются в узлах с кольцом жестко. В таком случае в кольце, помимо нормальных усилий, возникают изгиб и кручение.

При хороших грунтовых условиях или устройстве надежного основания вместо опорного колыца ребра купола могут быть жестко заделаны в фундаментах. В этом случае будем иметь ребристый купол с жестко заделанными в фундамент ребрами (рис. 56, е).

**Расчет  
нижнего многоугольного  
местного кольца**

Опора жесткого колыда устроена таким образом, что позволяет иметь только радиальную подвижность узлов и закрепление в тангенциальном направлении. Тогда возникают опорные реакции,

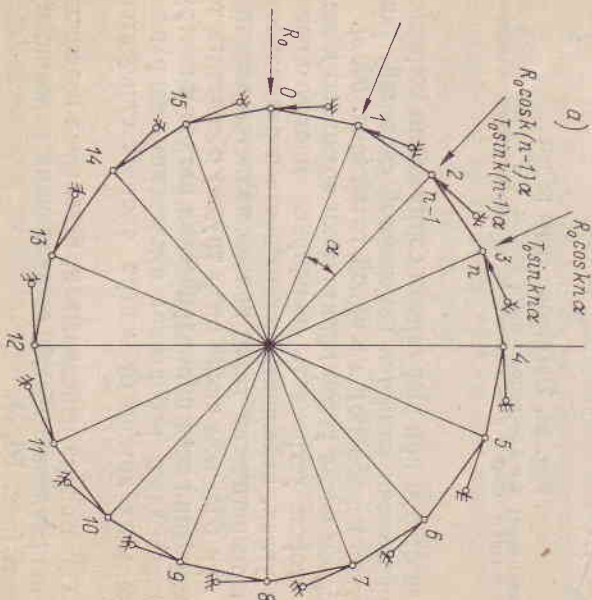


Таблица 4

|       | $N$                                                                      | $M_H^T$                                                 | $M_H^D$ | $M_{KP}$ | $T$                                                                                                              |
|-------|--------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|---------|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $k=0$ | $\frac{R}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$                                      | 0                                                       | 0       | 0        | 0                                                                                                                |
| $k=1$ | $\frac{R_0 \cos(n+0,5)\alpha}{\sin \alpha}$                              | 0                                                       | 0       | 0        | $T = T_0 \sin n\alpha$<br>$T_0 = R_0$                                                                            |
| $k=2$ | $\frac{R_0 \cos(n+0,5)k\alpha}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos 0,5k\alpha}$ | 0                                                       | 0       | 0        | $T = T_0 \sin k n \alpha$<br>$T_0 = R_0 \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{k\alpha}{2}$ |
| $k=m$ | 0                                                                        | $\frac{R_0 \sin \alpha}{2(\cos \alpha - \cos k\alpha)}$ | 0       | 0        | 0                                                                                                                |

$T_0$  — касательная опорная реакция (максимальное значение);  
 $R_0$  и  $M_0$  — внешний радиальный узло-вой силы и изгибающий момент в радиальной плоскости (максимальные значения), взятые из расчета купола на нагрузку по соответствующему чертежу  
 $n$  — номер арки;  
 $k$  — номер члена ряда;  
 $m$  — число арок;  
 $N$  — нормальная сила в кольце;  
 $M^r$  — изгибающий момент в горизонтальной плоскости;  
 $M_v$  — изгибающий момент в вертикальной плоскости;  
 $M_{кр}$  — крутящий момент;

Примечание.  $M^r$  в нижнем опорном кольце приведены в углах перпендикулярно.

Примечание.  $M_n^*$  в нижнем опорном кольце приведены в углах переноса

направленные только в тангенциальном направлении по касательной (рис. 57, *а*). При этом можно рассматривать свободное жесткое кольцо под действием двух видов нагрузки, передающейся от кулачка на опорное кольцо: радиальной, изменяющейся по закону  $R \cos knx$ , и тангенциальной, изменяющейся по закону  $T \sin knx$ . При обоих видах нагрузки усилии в кольце изменяются по тем же законам.

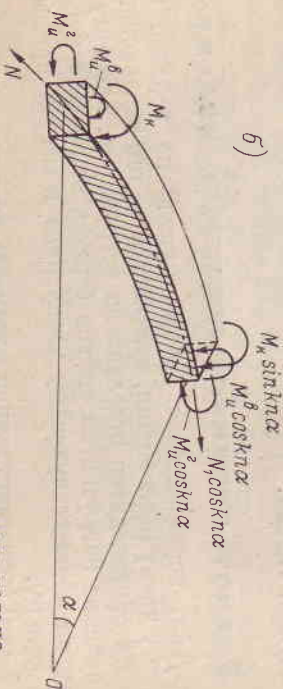


Рис. 57. Расчетная схема нижнего опорного кольца



Верхнее опорное кольцо

|       | $N$                                                                                   | $M_H^T$                                                                                                                      |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $k=0$ | $\frac{R_0 \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$       | $\frac{R_0 r'}{2} \left[ \frac{2}{\alpha} - \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}} \right]$ |
| $k=1$ | 0                                                                                     | 0                                                                                                                            |
| $k=2$ | $\frac{R_0 \sin \alpha}{2 (\cos \alpha - \cos k\alpha)} \times \cos(k\alpha + \beta)$ | $\frac{R_0 r' \sin \alpha}{2 (\cos \alpha - \cos k\alpha)} \cos(k\alpha + \beta)$                                            |

Здесь  $\beta$  — угол в пределах расстояния между точками приложения внешней нагрузки в табл. 4.

В табл. 4 приведены формулы для определения усилий в этом кольце от различных видов внешних нагрузок; на рис. 57, б показаны направления внутренних усилий в кольце. Окончательное усилие получается путем суммирования усилий, возникающих от каждого члена нагружения при воздействии обоих видов нагрузок. Различные конструктивные решения нижнего кольца описаны в предыдущих главах.

### Расчет верхнего жесткого кольца

Нагрузка, передающаяся арками купола на верхнее кольцо по каждому члену разложения, изменяется по тем же законам. Расчет кольца производится отдельно на нагрузку по каждому члену ряда. Значение нагрузки на кольцо берется из расчета купола на нагрузку по соответствующему члену ряда в местах примыкания ребер к кольцу.

При  $k=0$  (осесимметричная нагрузка) верхнее кольцо, жестко соединенное с ребрами купола, находится под воздействием радиальных сил и моментов, лежащих в радиальных плоскостях.

(круглое в плане)

|  |                                                                                                           |                                                                                              |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | $M_H^B$                                                                                                   | $M_{кр}$                                                                                     |
|  | $\frac{M_0 \cos \left( \frac{\alpha}{2} - \beta \right)}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$                        | $\frac{M_0 \sin \left( \frac{\alpha}{2} - \beta \right)}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$           |
|  | $M_H = M_H' \cos (n\alpha + \beta)$                                                                       | $M_{кр} = M_{кр} \sin (n\alpha + \beta)$                                                     |
|  | $M_H' = \frac{M_0 \left( \sum_{n=0}^{n/2} \cos n\alpha - 0,5 \right) \frac{EI}{GT'}}{1 + \frac{ET}{GT'}}$ | $M_{кр} = \frac{M_0 \left( \sum_{n=0}^{n/2} \cos n\alpha - 0,5 \right)}{1 + \frac{EI}{GT'}}$ |
|  | $\frac{M_0 \sin \alpha}{2 (\cos \alpha - \cos k\alpha)} \cos (kn\alpha + \beta)$                          | $\frac{M_0 \sin k\alpha}{2 (\cos \alpha - \cos k\alpha)} \sin (kn\alpha + \beta)$            |

(от 0 до  $\alpha$ );  $T'$  — момент инерции при кручении; остальные обозначения те же, что

(от 0 до  $\alpha$ );  $T'$  — момент инерции при кручении; остальные обозначения те же, что

При  $k=1$  (кососимметричная нагрузка) верхнее кольцо испытывает действие моментов и вертикальных сил, лежащих в радиальных плоскостях и пропорциональных  $\cos \alpha$ .

При  $k \geq 2$  на верхнее кольцо действует система радиальных сил, изменяющихся по закону  $R_n = R_0 \cos kn\alpha$ , и система моментов, лежащих в радиальных плоскостях, взаимно уравновешенных и изменяющихся по закону  $M_n = M_0 \cos kn\alpha$ .

Таким образом, расчет верхнего кольца для указанных членов разложения распадается на расчет от действия радиальных сил и радиальных моментов.

В табл. 5 приведены формулы для определения усилий от этих видов нагрузок; на рис. 57, б показаны направления внутренних усилий в кольце. Различные конструктивные решения верхнего кольца описаны в предыдущих главах.



# ГЛАВА 8 АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ КУПОЛОВ

**Ж**елезобетонные монолитные купола получили широкое распространение, для них имеются вполне надежные методы расчета и конструирования. Однако возведение их требует устройства сложной опалубки, стоимость которой соизмерима со стоимостью собственно оболочек. Новые предложения по возведению куполов с пневматической опалубкой пока нашли применение лишь для куполов диаметром до 30 м.

Сборные железобетонные купола-оболочки являются вполне индустриальной конструкцией, но они требуют для изготовления сборных элементов купола устройства дорожной стальной опалубки, что следует учитывать при определении расхода стали и стоимости купола.

Есть примеры устройства деревянной опалубки для изготовления сборных элементов куполов, однако достигнута обрабатываемость этих форм мала и при этом трудно добиться точные геометрические размеры элементов, что является обязательным в данной конструкции.

Ребристые, ребристо-кольцевые и сетчатые железобетонные купола могут быть рекомендованы в тех случаях, когда заполнение между основными несущими конструкциями выполнено из легких прозрачных (для целей освещения) или непрозрачных конструкций (дерево, пластмассы и др.).

Стальные купола рекомендуется выполнять ребристыми, ребристо-кольцевыми и сетчатыми.

Для выяснения вопроса об усилениях, возникающих в куполах различных конструкций, для купола диаметром 66 м, перекрывающего склад глинозема Таджикского алюминиевого завода, на ЭВМ были сделаны расчеты для следующих конструктивных решений: ребристо-кольцевой купол с шарнирным присоединением колец к ребрам;

ребристо-кольцевой купол с жестким присоединением колец к ребрам (рамный купол);

ребристо-кольцевой купол со связями, расположенными по всей поверхности купола (сетчатый).

Значения усилий определялись для следующих видов нагрузок: постоянная осесимметричная, односторонняя снеговая, ветровая. На рис. 58 показана в плане схема ребристо-кольцевого купола, а на рис. 59 — схема сетчатого купола.

На рис. 60 приведены значения нормальных усилий в ребрах, кольцах и связях, а также значения изгибающих моментов в ребрах при нагружении купола осесимметричной нагрузкой 105 кгс/м<sup>2</sup> (собственный вес).

Анализируя полученные данные, можно утверждать, что при осесимметричных нагрузках усилия во всех рассматриваемых вариантах практически одинаковы.

На рис. 61 показаны значения тех же усилий при действии односторонней снеговой нагрузки 40 кгс/м<sup>2</sup> по схеме 3 табл. 3. Из рассмотрения этих данных видно, что при неосесимметричных нагруз-

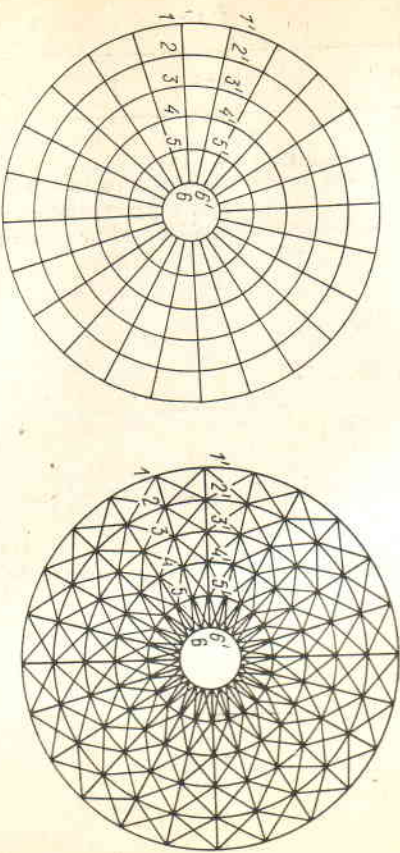


Рис. 58. Схема ребристо-кольцевого купола

Рис. 59. Схема сетчатого купола

ках значения усилий в ребристо-кольцевых куполах со связями значительно меньше, чем в ребристо-кольцевых или рамных куполах. В рамных куполах изгибающие моменты в ребрах примерно на 15% меньше, чем в ребристо-кольцевых с шарнирным присоединением колец к ребрам; при этом изгибающие моменты в кольцах незначительные.

На рис. 62 приведены значения тех же усилий при действии ветровой нагрузки 55 кгс/м<sup>2</sup> по схеме 1 табл. 3. Из рассмотрения этих данных видно, что в куполах со связями изгибающие моменты в ребрах значительно меньше, чем в куполах без связей.

Такая же картина распределения усилий получается при средоточенных нагрузках в отдельных узлах купола. Сетчатый из треугольников купол является некоторой трансформацией ребристо-кольцевого купола со связями; изгибающие моменты в нем при неосесимметричных нагрузках будут также значительно меньше, чем в ребристых или ребристо-кольцевых куполах без связей. Однако при выборе варианта купола это положение не всегда является решающим. Следует иметь в виду, что при проектировании ребристо-кольцевых куполов со связями усилия в связях невелики и их



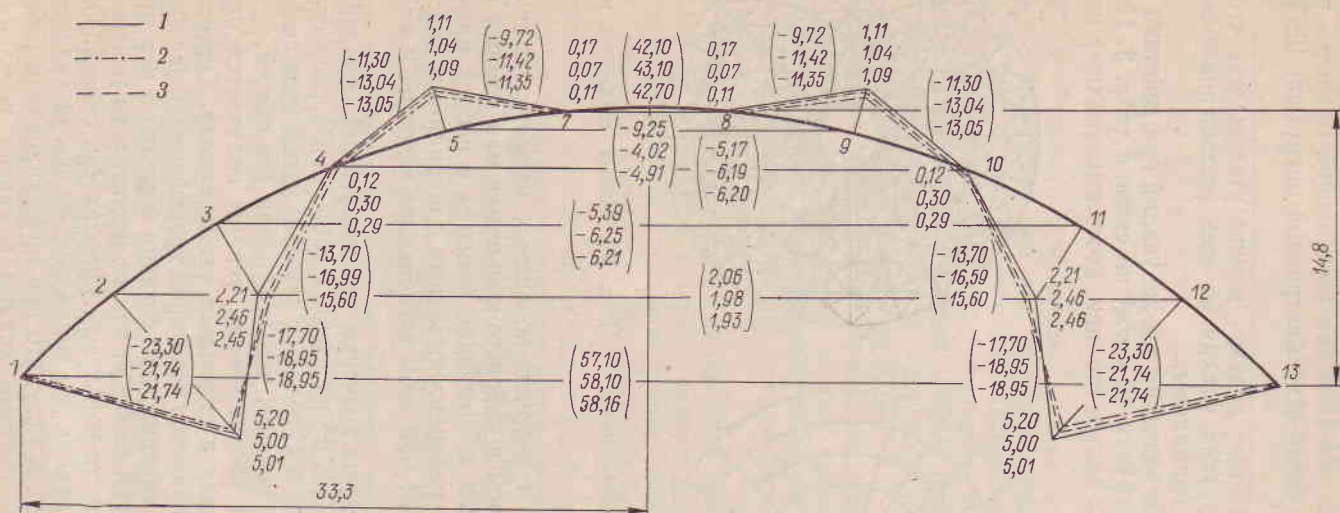


Рис. 60. Эпюра изгибающих моментов и нормальных сил в куполе при загрузке осесимметричной нагрузкой (в скобках даны значения нормальных сил)

1 — ребристо-кольцевой купол со связями (сетчатый); 2 — ребристо-кольцевой купол с жестким примыканием колец к ребрам (рамный купол); 3 — то же, с шарнирным примыканием колец к ребрам

Усилия в связях

| Номер связи между кольцами | 1—2   | 2—3   | 3—4   | 4—5   | 5—6   |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Усилия в тс                | -1,26 | -0,90 | -1,20 | -0,96 | -0,81 |

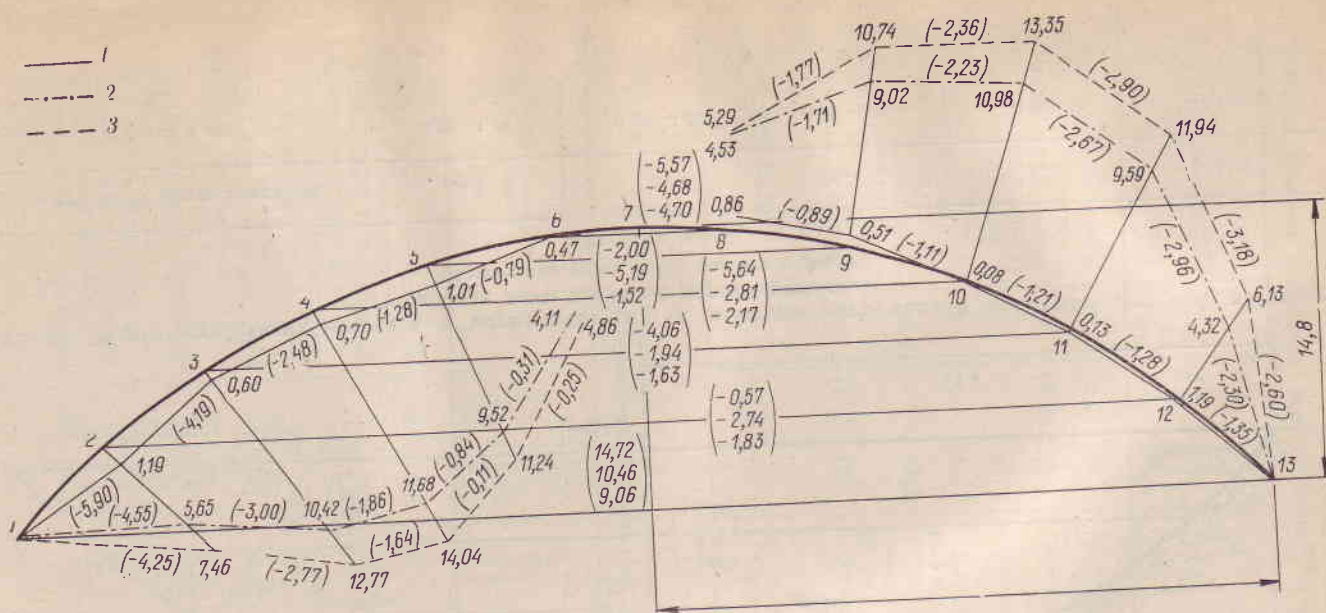


Рис. 61. Эпюра изгибающих моментов и нормальных сил в наиболее загруженной арке при односторонней снеговой нагрузке (в скобках даны значения нормальных сил)

Обозначения те же, что в подписи к рис. 60

Усилия в связях

| Номер связи между кольцами | 1—2       | 2—3         | 3—4         | 4—5         | 5—6        |
|----------------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|------------|
| Усилия в тс                | 0,43/0,04 | -0,25/-0,72 | -0,35/-0,92 | -0,10/-0,74 | 0,20/-0,44 |



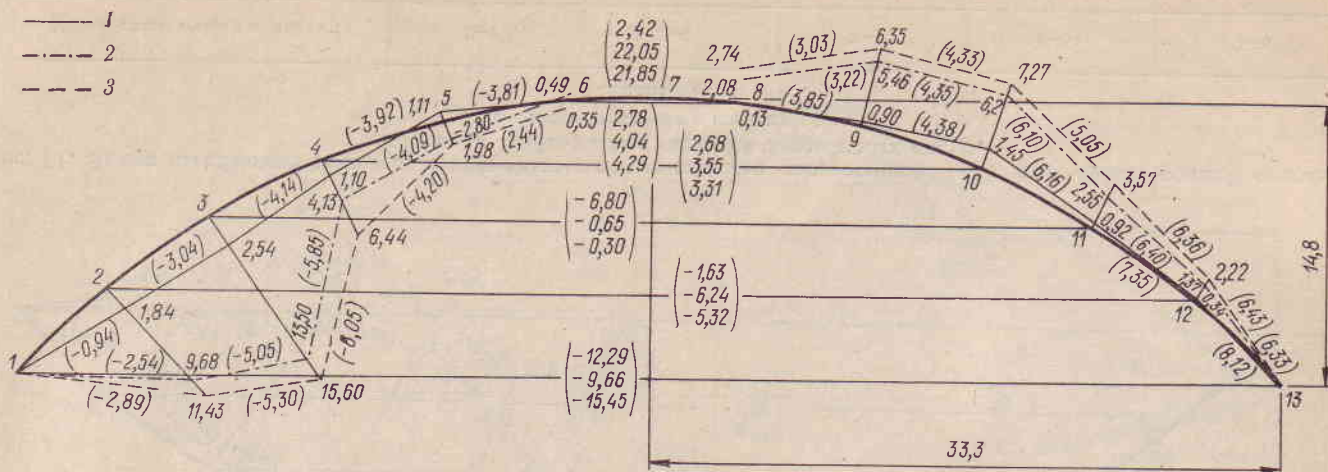


Рис. 62. Эпюры изгибающих моментов и нормальных сил в наиболее загруженной арке при ветровой нагрузке (в скобках даны значения нормальных сил)  
Обозначения те же, что в подписи к рис. 60

Усилия в связях

| Номер связи между кольцами | 1—2        | 2—3        | 3—4        | 4—5        | 5—6        |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Усилия в тс                | 0,32/—1,59 | 0,03/—1,90 | 0,06/—0,91 | —0,08/0,43 | —0,70/1,31 |

Таблица 6  
Толщина обочочек некоторых железобетонных монолитных куполов

| Наименование здания                     | Диаметр в м | Стрела подъема в м | Толщина обочочки в см | Примечание                                                                          |
|-----------------------------------------|-------------|--------------------|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Выставочный зал в Матсуме (Япония)      | 50          | 6,7                | 12                    | Сферический монолитный                                                              |
| Выставочный зал в Бельграде (Югославия) | 94          | 12,84              | 8                     | То же, сборный                                                                      |
| Выставочный зал в Калифорнии (США)      | 60          | 11                 | 10                    | Сферический монолитный                                                              |
| Спортивный зал в Салониках (Греция)     | 75          | 9                  | 10                    | Эллипсоидный монолитный                                                             |
| Зал в Альбукерке, штат Нью-Мехико (США) | 66,8        | 7,1                | 12,5                  | Сферический монолитный (толщина обочочки у опор 22 см)                              |
| Бассейн в Ленинграде                    | 76          | 17                 | 10                    | Эллипсоидный монолитный (толщина обочочки у опор 36 см, у верхнего кольца до 15 см) |
| Оперный театр в Новосибирске            | 60          | 18,6               | 8                     | Сферический монолитный                                                              |

Таблица 7  
Расход материалов на обочочку и опорное кольцо для некоторых железобетонных куполов

| Наименование здания                                                                | Диаметр в м | Расход бетона в см/м <sup>2</sup> пола | Расход стали в кг/м <sup>2</sup> пола | Примечание                                |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------|----------------------------------------|---------------------------------------|-------------------------------------------|
| Радиальные ступителни шахты «Капитальная»                                          | 25          | 14,5                                   | 20                                    | Монолитный                                |
| Радиальные ступителни коксохимического цеха Каврадинского металлургического завода | 32          | 8,4                                    | 16,3                                  | Сборный                                   |
| Рынок в Донецке                                                                    | 37          | 18                                     | 14,1                                  | То же                                     |
| Шлабасейн цементного завода в Красноярске                                          | 40          | 11,4                                   | 14,8                                  | Сборный с преднапряженным опорным кольцом |
| Ванное здание в Цхалтубо                                                           | 40          | 15                                     | 20                                    | То же                                     |
| Госпарк в Киеве                                                                    | 42          | 16,5                                   | 32,6                                  | Сборный                                   |
| Госпарк в Красноярске                                                              | 44          | 14,25                                  | 28                                    | То же                                     |
| Дворец спорта в Тбилиси                                                            | 76          | 15,6                                   | 18,9                                  | Монолитный                                |
| Бассейн в Ленинграде                                                               | 76          | 21,5                                   | 20,6                                  | Сборный                                   |
| Радиальный ступитель (проект)                                                      | 104         | 18,5                                   | 19,6                                  |                                           |



Технические показатели некоторых сферических стальных куполов

| Наименование здания                                                     | Материал покрытия               | Диаметр купола в м | Стрела подъема в м | Расход стали в кг/м <sup>2</sup> | Примечание                     |
|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| Стадион в Хьюстоне (США)                                                | Прозрачный пластик              | 196                | 28,35              | 80                               | Сетчатый                       |
| Спортивный зал в Медисоне (США)                                         | Стальной ребристый настил       | 99                 | 14                 | 76                               | Ребристый                      |
| Арена в Грин-Бич, штат Висконсин (США)                                  | Стальные многопустотные панели  | 95                 | 15,2               | 85                               | Ребристо-кольцевой             |
| Выставочный зал в Шарлотте (США)                                        | Монолитный железобетон          | 40                 | 6,76               | 43                               | Сетчатый                       |
| Ремонтно-механический цех в Ленинграде                                  | Дерево                          | 34,1               | 8                  | 41                               | Ребристо-кольцевой             |
| Склад сушеного концентрата Лисаковского горно-обогатительного комбината | »                               | 24                 | 4,3                | 49                               | То же                          |
| Высоковольтный испытательный центр                                      | Профилированный стальной настил | 227                | 32,5               | 88                               | Ребристо-кольцевой со связями  |
| Склад глинозема Таджикского алюминиевого завода                         | Стальная мембрана               | 66                 | 14,5               | 35                               | Ребристо-кольцевой с мембраной |

приходится подбирать по условиям минимальной допустимой гибкости. Необходимость устройства большого количества мажонатурных связей может привести к большому расходу стали, чем при ребристых, ребристо-кольцевых или рамных куполах без связей. Все это зависит от вида нагрузок, приходящихся на купол, и его очертания. Кроме того, надо учитывать, что устройство связей по сферической поверхности представляет довольно трудоемкую работу и чем их меньше, тем проще возвести купол. Однако следует помнить, что вообще без связей не может существовать ребристый или ребристо-кольцевой купол (за исключением рамного), так как они нужны для восприятия боковых нагрузок и обеспечения устойчивости ребер и сжатых колец купола.

Таким образом, как видно из изложенного, нельзя дать общие рекомендации для всех встречающихся случаев. Учитывая, что современная вычислительная техника позволяет сравнительно быстро определить расчетные усилия для куполов различных конструкций, следует рассмотреть варианты решения, учитывая вы сказанные в настоящей главе соображения.

В табл. 6—8 приведены технические данные для некоторых осуществленных и запроектированных куполов.



# ЛИТЕРАТУРА

1. Пастернак П. Л. и др. Железобетонные конструкции. М., Гостройиздат, 1961.
2. Липницкий М. Е., Горенштейн Б. В., Виноградов Г. Г. Железобетонные пространственные покрытия зданий. М.—Л., Стройиздат, 1965.
3. Тарнов В. Сетчатые пространственные конструкции. Киев, изд-во «Будівельник», 1966.
4. Инструкция по проектированию железобетонных тонкостенных пространственных покрытий и перекрытий. М., Гостройиздат, 1961.
5. Примеры расчета и конструирования полостей оболочек, оболочек вращения и свода. М., Стройиздат, 1964.
6. Линингер Ф. Оболочки. М., Гостройиздат, 1932.
7. Мурашев В. И., Сигалов З. Е., Байков В. Н. Железобетонные конструкции. М., Гостройиздат, 1962.
8. Сегаль А. И. Основы статки и динамики сооружений. М.—Л., изд-во Наркомхоза РСФСР, 1938.
9. Справочник проектировщика. Расчетно-теоретический. Гостройиздат, 1960.
10. Сахановский К. В. Железобетонные конструкции. Л., Гостройиздат, 1960.
11. Bleich F. Stahlhochbauten. 2 band. Berlin, 1933.
12. Пространственные конструкции в СССР. НТО строительной индустрии. Л., Стройиздат, 1964.
13. Стрелецкий Н. С. и др. Стальные конструкции. М., Гостройиздат, 1962.
14. Wright D. Membrane forces and buckling in Reticulated Shells. — Journal of the Structural Division. Proceeding of the American Society of Civil Engineer, 1965.
15. Липницкий М. Е. Ребристо-кольцевые купола с решетчатыми связями. — В сб. трудов ЛИСИ, вып. 49, «Механика стержневых систем и сплошных сред». Л., 1966.

МИХАИЛ ЕФИМОВИЧ  
ЛИПНИЦКИЙ

(РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ)

КУПОЛА

Стройиздат  
Ленинградское отделение  
Ленинград,  
пл. Островского, 6

Редактор Л. В. Вороненко  
Технический редактор О. В. Сперанская  
Корректор И. И. Кудрявцев  
Обложка художника И. А. Гордона

Сдано в набор 11/IX 1973 г. Подписано к печати 6/II 1973 г. М-08188. Формат  
бумаги 60×90/16 № 2. 4,0 бум. л. 8,0. Уч.-изд. л. 8,27. Тираж 6700 экз.  
Изд. № 1383-Л. Заказ № 1877. Цена 50 коп.

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома при Государственном  
комитете Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной  
торговли, 196126, гор. Ленинград, Социалистическая, 14

# ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                         | Стр. |
|-------------------------------------------------------------------------|------|
| Введение . . . . .                                                      | 3    |
| Глава 1. Купола-оболочки . . . . .                                      | 10   |
| Глава 2. Ребристые купола . . . . .                                     | 36   |
| Глава 3. Особенности расчета циклических систем . . . . .               | 55   |
| Глава 4. Ребристо-кольцевые купола . . . . .                            | 60   |
| Глава 5. Ребристо-кольцевые купола с решетчатыми свя-<br>зями . . . . . | 64   |
| Глава 6. Сетчатые купола . . . . .                                      | 96   |
| Глава 7. Опоры куполов . . . . .                                        | 114  |
| Глава 8. Анализ различных конструкций куполов . . . . .                 | 120  |
| Литература . . . . .                                                    | 128  |